

DOI: <https://doi.org/10.17816/RF111753>

# Математическое моделирование динамики ротора турбомашин на лепестковых газодинамических подшипниках при воздействии вибрации

В.С. Николаев<sup>1,2</sup>, И.В. Тищенко<sup>1,2</sup><sup>1</sup> Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия<sup>2</sup> ПАО НПО «Наука», Москва, Россия

## АННОТАЦИЯ

**Обоснование.** Турбомашин на лепестковых газодинамических опорах являются перспективным направлением турбомашиностроения ввиду преимуществ таких опор: экономичности, автономности, долговечности. Однако, лепестковые подшипники обладают меньшей несущей способностью по сравнению с другими типами опор. Вместе с тем, турбомашин являются сложными динамическими системами, которые должны наравне с другими агрегатами отвечать высоким требованиям надёжности и безопасности: быть устойчивыми и прочными к воздействию внешних механических факторов, таким как вибрация, удары и т.п.

**Цель** настоящей статьи – разработка математической модели динамики ротора, пригодной для прогнозирования перемещения ротора в опорах при внешнем механическом воздействии на турбомашину для исключения возможности касания быстровращающегося ротора и неподвижных корпусных частей.

**Материалы и методы.** Разработана математическая модель динамики жёсткого ротора на лепестковых газодинамических подшипниках с учётом упругости опор корпусов подшипников и корпуса турбомашин в целом. Смоделированы стационарные и нестационарные режимы работы, а также нестационарные режимы в условиях внешнего воздействия широкополосной случайной вибрации. Система дифференциальных уравнений, описывающих математическую модель, решается методом Рунге-Кутты. Случайная вибрация моделируется с помощью цифровой фильтрации путём дискретного преобразования Фурье. Результаты моделирования и эксперимента анализируются с помощью простого и оконного преобразования Фурье.

**Результаты и их применение.** Получены траектории движения частей ротора на стационарных режимах и при внешнем механическом воздействии. Результаты сравниваются с экспериментальными данными, полученными авторами ранее. Получена оценка сверху. Максимальные значения перемещений частей ротора позволяют назначить оптимальные величины зазоров между рабочими колёсами и ответными корпусными элементами.

**Ключевые слова:** лепестковые газодинамические подшипники; турбохолодильник; турбодетандер; турбокомпрессор; турбомашин; вибрация; случайная вибрация; синусоидальная вибрация, широкополосная случайная вибрация.

## Для цитирования:

Николаев В.С., Тищенко И.В. Математическое моделирование динамики ротора турбомашин на лепестковых газодинамических подшипниках при воздействии вибрации // Холодильная техника. 2022. Т. 111, № 3. С. 165–179. DOI: <https://doi.org/10.17816/RF111753>

DOI: <https://doi.org/10.17816/RF111753>

# Mathematical modeling of the rotor dynamics of a turbomachine on gas foil bearings subjected to vibration

Vitaly S. Nikolaev<sup>1,2</sup>, Igor V. Tishchenko<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

<sup>2</sup> PJSC NPO Nauka, Moscow, Russia

## ABSTRACT

**BACKGROUND:** The use of gas foil bearings is a promising development in the field of turbomachinery due to their economy, autonomous operation capability, and durability. However, gas foil bearings have lower load capacities than other types of bearings. However, turbomachines are complicated, dynamic systems that must meet high standards of safety, sustainability, and durability against external mechanical factors like vibration, shock, etc.

**AIM:** Development of a mathematical model of rotor dynamics to predict the displacement of the rotor in foil bearings for maintaining separation between the rotor and the housing while being subjected to vibration.

**METHODS:** A mathematical model of the dynamics of a stiff rotor on gas foil bearings was built and analyzed, taking into account the flexibility of the bearing bushing supports and the housing of the turbomachine. Stationary and transient modes of operation, including the transient modes combined with random vibration, are simulated. The system of ordinary derivatives equations describing the mathematical model was solved by the Rado IIA method. Random vibration was modeled using digital Fourier transformation. The modeling results were analyzed by discrete Fourier transformation and short-time Fourier transformation.

**RESULTS AND CONCLUSIONS:** Rotor movement trajectories were obtained and the results were compared with author's previous experimental data. Upper bound of maximal displacements was obtained. The maximum values of rotor displacement can be used to set the optimal values of blade tip gaps.

**Keywords:** foil bearings; gas bearings; air cycle machine; turboexpander; radial inflow machine; transport environmental control system; turbomachinery; vibration; random vibration.

## To cite with article:

Nikolaev VS, Tishchenko IV. Mathematical modeling of the rotor dynamics of a turbomachine on gas foil bearings under the exposure of vibration. *Refrigeration technology*. 2022;111(3):165–179. DOI: <https://doi.org/10.17816/RF111753>

## ВВЕДЕНИЕ

Лепестковые газодинамические подшипники (ЛГП) отлично зарекомендовали себя в качестве опор для турбомашин стационарных и транспортных систем кондиционирования воздуха, в частности турбохолодильник системы кондиционирования воздуха самолёта Ту-204/214. ЛГП применяются в холодильной и криогенной технике как опоры турбодетандеров и электрокомпрессоров холодильных циклов [1–3]. Перспективной областью применения ЛГП также является создание стационарных газотурбинных установок на ЛГП. Подобные разработки уже имеются у компании Capstone (США). Следующим шагом в этом направлении будет создание «сухого» авиационного газотурбинного двигателя, над чем уже продолжительное время работают, например, специалисты ЦИАМ им. Баранова.

Преимуществами ЛГП являются: отсутствие внешней системы смазки, а значит и регламентных работ по ее обслуживанию; высокий ресурс работы, отсутствие загрязнения рабочего газа и окружающей среды, за счёт отсутствия смазочных жидкостей (масла), а также меньшие потери на трении по сравнению с гидростатическими и гидродинамическими подшипниками. Однако указанный тип подшипников обладает меньшей несущей способностью и меньшей виброустойчивостью, по сравнению с другими типами подшипников. Особенно это важно для транспортных систем, испытывающих повышенные вибрационные нагрузки.

Обязательным этапом в разработке транспортных систем и агрегатов является проверка виброустойчивости и вибропрочности нового агрегата. Поэтому проведение предварительного моделирования позволило бы сократить производственный цикл нового изделия.

Расчёт ЛГП заключается в решении уравнений динамики ротора, уравнения Рейнольдса, описывающего состояние газового смазочного слоя в узком зазоре между цапфой ротора и лепестком, и нахождении текущей высоты этого зазора, т.к. под воздействием избыточного давления возникают прогибы упругой поверхности, в зависимости от конструкции ЛГП. На русском языке, по-видимому, первые исследования по расчёту лепестковых подшипников II-го поколения проводились в работах П.Н. Звонарёва [4] и А.В. Сытина [5], однако они ограничивались стационарными решениями. Исследование переходных процессов в турбомашине на ЛГП получило мощный толчок в развитии после того, как Р. Vonello и Н. Pham [6] предложили эффективный метод совместного решения этих уравнений путём замены переменных  $pH = \psi$ . Они исследовали движение материальной точки в однолепестковом ЛГП II-го поколения. В работе [7] исследовалось движение жесткого ротора, установленного на два радиальных ЛГП.

При исследовании газодинамических подшипников с жёсткими рабочими поверхностями было показано [8],

что установка корпусов подшипников на упругие элементы значительно повышает предельную частоту вращения ротора. Т. Waumans и др. [9] пошли дальше и применили масляный демпфер для гашения вибрации и достигли высочайших скоростей вращения ротора. Эти же конструктивные решения могут быть применены и для ЛГП, поэтому, например, в работе [10] исследовалось влияние упругости опор, на которых устанавливались ЛГП, на устойчивость движения ротора при наличии дисбаланса и при воздействии одиночных ударов. Однако, для успешного применения в транспортных системах кондиционирования воздуха ротор турбомашин должен быть устойчив к большому числу внешних воздействующих факторов. К таким факторам относятся: синусоидальная вибрация, вызванная движением винта вертолёт; широкополосная случайная вибрация, вызванная воздействием набегающего воздушного потока; многократные удары, для железнодорожной техники и автотранспорта; линейное ускорение.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Наиболее распространённой схемой компоновки турбомашин является горизонтальное расположение ротора с опорой на два радиальных лепестковых газодинамических подшипника. При таком расположении, основная нагрузка приходится на радиальные опоры. Для упрощения модели, будем считать, что ротор является абсолютно жёстким стержнем и испытывает внешнее воздействие только в вертикальном направлении. Также, примем, что осевое перемещение ротора скомпенсировано осевым подшипником и каждое сечение ротора совершает плоское движение. Схема ротора представлена на рис. 1. Для описания плоского движения сечения жёсткого ротора достаточно знать по две координаты двух точек ротора. Такими точками наиболее естественно выбрать места установки радиальных подшипников. Тогда вектор обобщённых координат ротора будет иметь вид

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ x_B \\ y_B \end{pmatrix}$$

Движение ротора описывается следующим дифференциальным уравнением

$$[\mathbf{M}_{\text{рот}}] \ddot{\mathbf{q}} - [\mathbf{G}_{\text{рот}}] \omega_{\text{рот}} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{f}_g + \mathbf{f}_{\text{дисбаланс}} + \mathbf{f}_{\text{gas}} + \mathbf{f}_{\text{axial}} \quad (1)$$

где  $[\mathbf{M}_{\text{рот}}]$  – матрица масс ротора;  $[\mathbf{G}_{\text{рот}}]$  – матрица гироскопических моментов;  $\dot{\mathbf{q}}$  – вектор первых производных координат ротора по времени;  $\ddot{\mathbf{q}}$  – вектор вторых

производных координат ротора по времени;  $\omega_{\text{рот}}$  – круговая скорость вращения ротора, рад/с;  $\mathbf{f}_g$  – вектор сил гравитации;  $\mathbf{f}_{\text{дисбаланс}}$  – вектор сил, вызванных наличием дисбаланса;  $\mathbf{f}_{\text{gas}}$  – вектор газовых сил подшипников;  $\mathbf{f}_{\text{axial}}$  – вектор сил от действия осевого подшипника.

Матрица масс жёсткого ротора отыскивается таким образом, чтобы удовлетворять матричному выражению для кинетической энергии

$$E_{\text{кин}} = \frac{1}{2} \mathbf{q}^T [\mathbf{M}_{\text{рот}}] \mathbf{q}$$

и в результате имеет следующий вид

$$[\mathbf{M}_{\text{рот}}] = \frac{1}{L_{\text{AB}}^2} \begin{bmatrix} m_{\text{рот}} L_{\text{B}}^2 + I_{yy} & 0 & m_{\text{рот}} L_{\text{A}} L_{\text{B}} - I_{yy} & 0 \\ 0 & m_{\text{рот}} L_{\text{B}}^2 + I_{xx} & 0 & m_{\text{рот}} L_{\text{A}} L_{\text{B}} - I_{xx} \\ m_{\text{рот}} L_{\text{A}} L_{\text{B}} - I_{yy} & 0 & m_{\text{рот}} L_{\text{A}}^2 + I_{yy} & 0 \\ 0 & m_{\text{рот}} L_{\text{A}} L_{\text{B}} - I_{xx} & 0 & m_{\text{рот}} L_{\text{A}}^2 + I_{xx} \end{bmatrix}$$

где  $L_{\text{AB}}$  – межопорное расстояние ротора;  $L_{\text{A}}$ ,  $L_{\text{B}}$  – расстояние до центра масс от опор А и В, соответственно;  $m_{\text{рот}}$  – общая масса ротора;  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$  – поперечные моменты инерции ротора.

Матрица гироскопов ротора

$$[\mathbf{G}_{\text{рот}}] = \frac{1}{L_{\text{AB}}^2} \begin{bmatrix} 0 & -I_{zz} & 0 & I_{zz} \\ I_{zz} & 0 & -I_{zz} & 0 \\ 0 & I_{zz} & 0 & -I_{zz} \\ -I_{zz} & 0 & I_{zz} & 0 \end{bmatrix}$$

где  $I_{zz}$  – продольный момент инерции ротора.

Вектор сил гравитации при горизонтальном расположении имеет вид

$$\mathbf{f}_g = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \\ -g \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения,  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ .

Вектор сил, вызванных наличием дисбаланса, при постоянной скорости вращения ротора, равен

$$\mathbf{f}_{\text{дисбаланс } i} = U_{\text{пер } i} \cdot \omega_{\text{рот}}^2 \sin(\omega_{\text{рот}} t + \varphi_{\text{дисб } i}).$$

Составляющие вектора силы реакции газового слоя подшипника принимают вид

$$\mathbf{f}_{\text{gas}|_{x,y}} = \int_0^L \int_0^{2\pi} (p(\theta, z) - p_a) \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ -\sin(\theta) \end{pmatrix} R d\theta dz, \quad (3)$$

где  $p(\theta, z)$  – распределение давления в зазоре между ротором и лепестком;  $p_a$  – давление среды, окружающей подшипник;  $R$  – радиус цапфы ротора;  $L$  – длина подшипника.

Распределение давления  $p(\theta, z)$  в зазоре между поверхностью цапфы быстровращающегося ротора и поверхностью упругого лепестка находится путём решения уравнения Рейнольдса [11], в ламинарной изотермической постановке

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( \bar{p} \bar{H}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} \right) + \frac{R^2}{L^2} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \bar{p} \bar{H}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} \right) = \Lambda \frac{\partial (\bar{p} \bar{H})}{\partial \theta} + \Lambda \frac{\partial (\bar{p} \bar{H})}{\partial \tau},$$

где  $\bar{p}(\theta, \bar{z})$  – текущее безразмерное давление газового слоя,  $\bar{p}(\theta, \bar{z}) = p(\theta, \bar{z}) / p_a$ ;  $\bar{H}(\theta)$  – текущее значение безразмерной высоты зазора между цапфой ротора и лепестком,  $\bar{H}(\theta) = H(\theta) / C$ ;  $C$  – монтажный радиальный

зазор между лепестком и цапфой ротора;  $R$  – радиус цапфы ротора;  $\Lambda$  – параметр сжимаемости подшипника;  $\tau$  – безразмерное время,  $\tau = t / t_0$ .

Параметр сжимаемости или «число подшипника» находится по формуле

$$\Lambda = \frac{6\mu\omega_{\text{рот}}}{p_a} \left( \frac{R}{C} \right)^2,$$

где  $\mu$  – динамическая вязкость воздуха.

Характерное время модели  $t_0$  связано с круговой частотой вращения ротора

$$t_0 = \frac{2}{\omega_{\text{рот}}}$$

Схема расположения ротора в подшипнике, а также физическая и расчётная модели ЛГП приведены на рис. 2. Высота зазора между ротором и упругой поверхностью лепестка вычисляется согласно

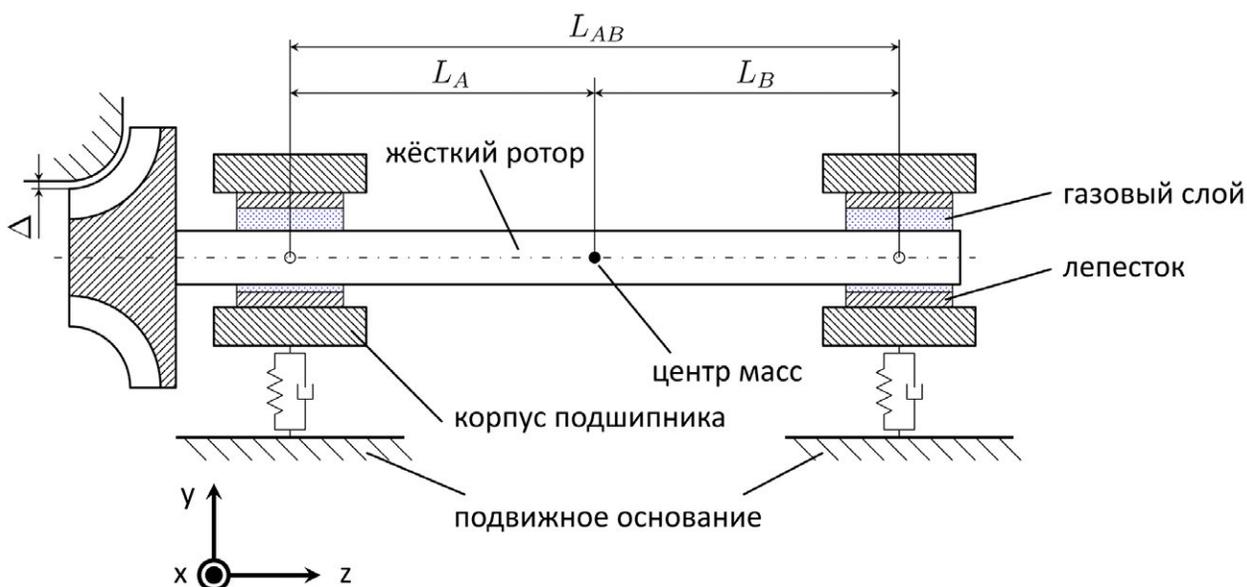


Рис. 1. Система ротор-ЛГП-корпуса подшипников.

Fig. 1. Rotor-gas foil bearings-bearings bushings system.

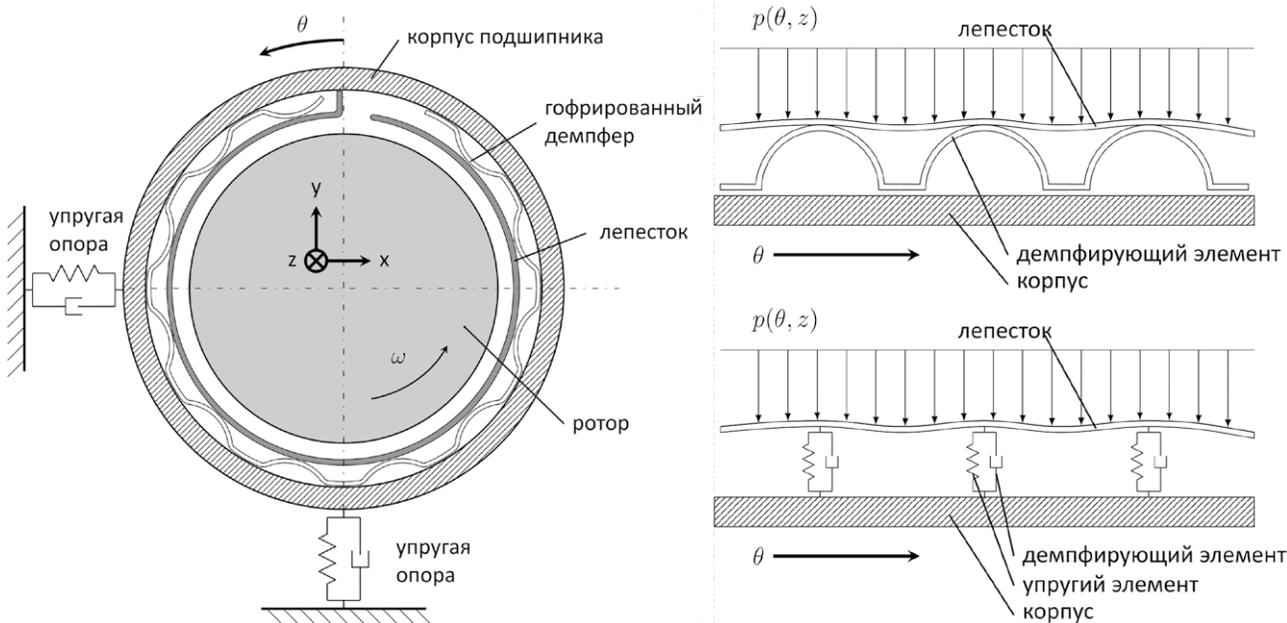


Рис. 2. Физическая модель радиального подшипника.

Fig. 2. Physical model of a radial bearing.

$$\bar{H}(\theta) = 1 - \varepsilon \cos(\theta - \varphi) + w,$$

где  $\varepsilon$  – относительный эксцентриситет ротора,  $\varepsilon = \sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2}$ ;  $\varphi$  – угол направления смещения ротора,  $\bar{w}$  – безразмерный прогиб лепестка,  $\bar{w} = w / C$ .

Прогиб поверхности лепестка  $w$  находим с помощью одномерной модели [12]

$$\frac{dw}{d\tau} = \frac{t_0}{\eta} \left( \frac{P_{cp}}{K(\theta)} - w \right),$$

где  $\eta$  – коэффициент демпфирования;  $K(\theta)$  – коэффициент жёсткости гофрированного элемента.

Корпуса подшипников установлены на упругодемпфирующие опоры (часто это резиновые уплотнительные кольца [8]), необходимые для рассеивания энергии колебаний ротора и существенно повышающие устойчивость ротора [10].

Уравнение движения корпусов подшипника в матричной форме принимает вид

$$[\mathbf{M}_{\text{корп}}] \mathbf{q}_{\text{корп}} = \mathbf{f}_g - \mathbf{f}_{\text{gas}} + \mathbf{f}_{\text{sup}}(\mathbf{q}_{\text{корп}}, \dot{\mathbf{q}}_{\text{корп}}),$$

где  $[\mathbf{M}_{\text{корп}}]$  – матрица масс системы корпусов подшипников,  $\mathbf{q}_{\text{корп}}$  – вектор координат корпусов подшипников,  $\mathbf{f}_{\text{sup}}$  – вектор реакции опор.

Обычно, корпуса подшипников закреплены, во избежание перемещения в осевом направлении, а возможным перемещением в пределах упругости пренебрежём. В первом приближении мы не будем рассматривать

возможные повороты корпусов. В силу перечисленных допущений, каждый корпус обладает только двумя степенями свободы и вектор координат корпусов будет иметь следующий вид

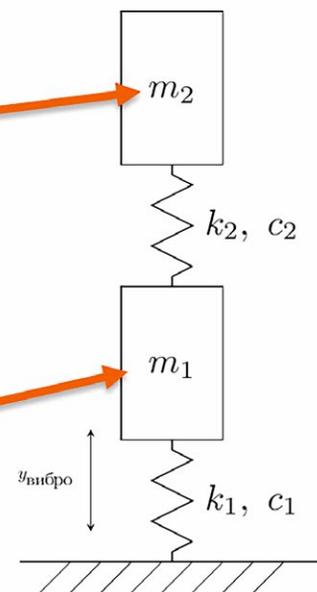
$$\mathbf{q}_{\text{корп}} = \begin{pmatrix} x_{\text{корп.А}} \\ y_{\text{корп.А}} \\ x_{\text{корп.В}} \\ y_{\text{корп.В}} \end{pmatrix}.$$

Так как корпуса подшипников напрямую между собой не связаны, то матрица масс корпусов примет диагональную форму

$$[\mathbf{M}_{\text{корп}}] = \begin{bmatrix} m_{\text{корп}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{\text{корп}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{\text{корп}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{\text{корп}} \end{bmatrix}.$$

Векторы  $\mathbf{f}_g$  и  $\mathbf{f}_{\text{gas}}$  имеют тот же вид что и для ротора, (2) и (3) соответственно. В качестве модели упругой реакции выбрана модель Дуффинга, т.к. она хорошо описывает упругость резиновых материалов [10]. При этом, имеет место трение вязкого типа, пропорциональное скорости. Вектор реакций опор корпусов подшипников  $\mathbf{f}_{\text{sup}}$  запишется в виде:

$$f_{\text{sup}}(\mathbf{q}_{\text{корп}}, \dot{\mathbf{q}}_{\text{корп}}) = (k_1 \varepsilon + k_3 \varepsilon^3 - b \dot{\varepsilon}) \cos(\varphi),$$



**Рис. 3.** Турбохолодильник на испытательной оснастке для крепления к вибростенду и динамическая схема учёта динамических характеристик корпуса.

**Fig. 3.** Air cycle machine with the test fixture for attachment to a shaker, and the dynamic scheme of housing.

$$\varepsilon = \sqrt{(x_{\text{корп.подш}} - x_{\text{корп.ТХ}})^2 + (y_{\text{корп.подш}} - y_{\text{корп.ТХ}})^2},$$

где  $k_1$  – коэффициент линейной жёсткости, [Н/м],  $k_3$  – коэффициент кубической жёсткости [Н/м<sup>3</sup>],  $\varepsilon$  – смещение корпуса подшипника,  $\varphi$  – угол смещения корпуса подшипника.

Важным звеном передачи внешнего воздействия является корпус турбомашины. В настоящей работе корпус и испытательная оснастка представлены как два последовательно соединённых колебательных звена. Внешний вид экспериментального образца турбохолодильника и схема колебательных звеньев представлены на рис. 3.

Для моделирования внешнего механического воздействия на систему применяется кинематическое возбуждение движения основания, на котором установлены корпуса подшипников. Моделировалось три режима вибрационного воздействия: синусоидальная вибрация сканирующей частоты (для определения амплитудно-частотной характеристики), широкополосная случайная вибрация (ШСВ) и ШСВ с наложением синусоидальной вибрации.

## УЧЁТ ОСЕВЫХ ПОДШИПНИКОВ

При колебаниях двухопорного ротора происходит не только его смещение, но и повороты. Осевые лепестковые газодинамические подшипники имеют относительно большие габаритные размеры, которые могут быть сопоставимы с размерами рабочих колёс. А ввиду малости зазоров в осевых подшипниках, подшипники будут препятствовать поворотам пяты ротора.

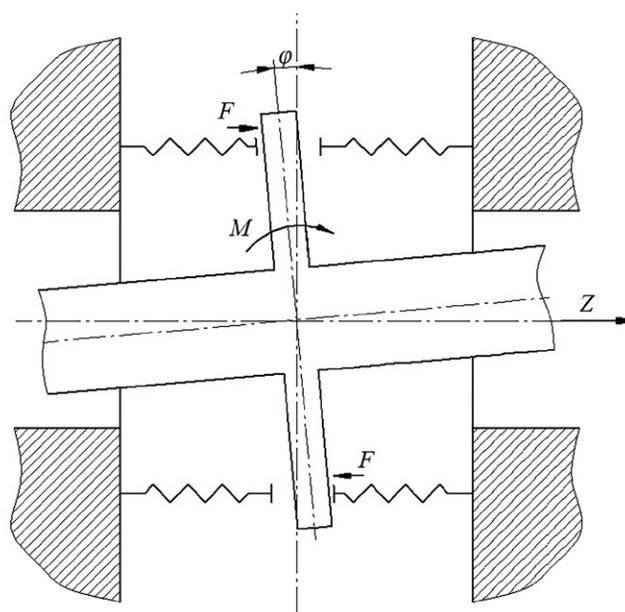
Оценка коэффициента жёсткости осевых подшипников на поворот строится на известной зависимости [11], что жёсткость газового слоя на порядок превосходит жёсткость пакета упругих лепестков. Таким образом, из конструктивных параметров осевого подшипника турбомашин получим жёсткость подшипника на поворот пяты  $K = 625$  Н и выражение для пар сил, передаваемых на радиальные подшипники

$$\mathbf{f}_{\text{axial}} = K_{\text{axial}} \begin{pmatrix} -\sin(\varphi) / z_{\text{axial}} \\ -\sin(\gamma) / z_{\text{axial}} \\ \sin(\varphi) / (L_{AB} - z_{\text{axial}}) \\ \sin(\gamma) / (L_{AB} - z_{\text{axial}}) \end{pmatrix},$$

$$\varphi = (x_B - x_A) / L_{AB}, \quad \gamma = (y_B - y_A) / L_{AB},$$

где  $\varphi, \gamma$  – углы поворота ротора.

Можно учесть наличие множества газодинамических несущих клиньев, возникающих в осевых подшипниках. Сдвиг пяты ротора вдоль такого клина приводит к возникновению трения. Величина этого трения требует уточнения, поэтому мы приведём грубую оценку



**Рис. 4.** Схема учёта осевых подшипников. Осевые подшипники представлены эквивалентными незакреплёнными пружинами, препятствующими повороту и сдвигу.

**Fig. 4.** Scheme diagram of the axial bearings. Axial bearings are presented as nonfixed equivalent springs to prevent axial movement and rotation.

в 0,4 Вт рассеиваемой энергии скольжения на один лепесток. С учётом предварительных расчётов это позволит нам получить значение коэффициента демпфирования  $B_{\text{axial}} = 2000$  кг/с.

$$\mathbf{f}_{\text{axial}} = \mathbf{f}_{\text{axial}} - \begin{pmatrix} (V_{x_A} - V_{x_{\text{корп}}}) \cdot B_{\text{axial}} \\ (V_{y_A} - V_{y_{\text{корп}}}) \cdot B_{\text{axial}} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

## ДИСКРЕТИЗАЦИЯ

Полученная система уравнений была приведена к неявному виду

$$\frac{dy}{dt} = F(t, y).$$

И решалась с помощью универсальной реализации метода Радо IIA (неявного метода Рунге-Кутты 5-го порядка [13]). Задавались следующие граничные условия:

$$p(\theta, 0) = p(\theta, L) = p_a$$

Условие периодичности отвечает условию непрерывности течения (условию Зоммерфельда)

$$p(0, z) = p(2\pi, z).$$

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Параметры системы. В качестве исследуемой системы ротор – ЛГП использовался экспериментальный образец четырёхколесного турбохолодильника [14]. Параметры системы сведены в таблицу 1.

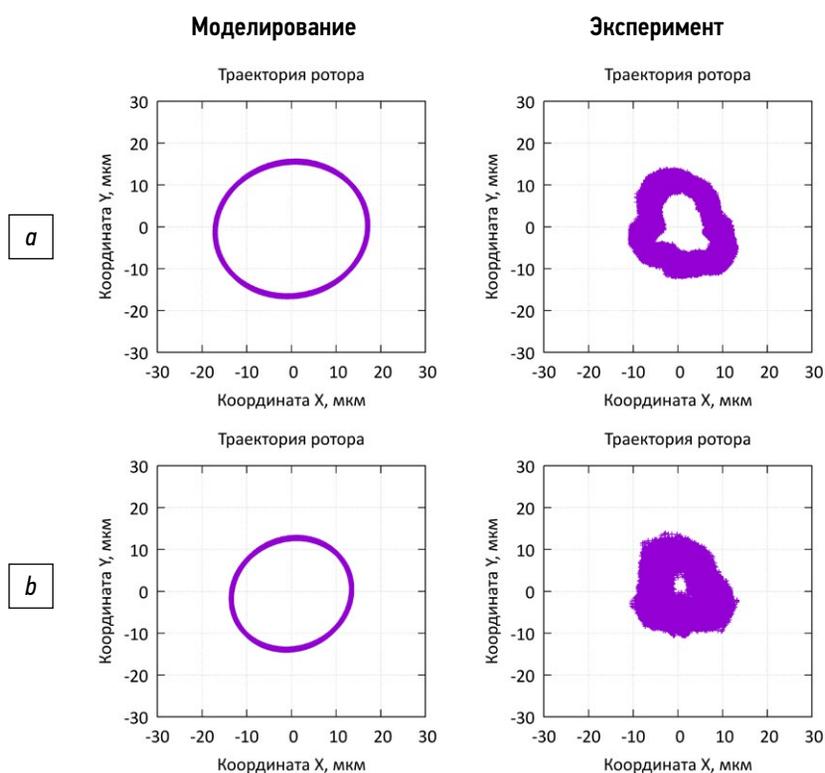
На рис. 5 представлены расчётная и, полученная экспериментально, траектории движения ротора со стороны опоры А на стационарном режиме работы (без внешнего воздействия) при частотах вращения 20 и 30 тыс. об./мин. На рис. 6 представлены аналогичные траектории для опоры В. Меньшая амплитуда колебаний ротора в опоре А, чем в опоре В, по-видимому, обусловлена смещением центра тяжести ротора в сторону этой

опоры. В целом наблюдается хорошее качественное и количественное совпадение результатов расчёта, что частично обусловлено подбором значений дисбалансов частей ротора в модели, т.к. их экспериментальное определение в собранной турбомашине чрезвычайно сложно и не проводилось в рамках настоящего исследования.

На рис. 7 представлен результат спектрального анализа реакции ротора на воздействие синусоидальной вибрации сканирующей частоты, с амплитудой виброускорения 0,5 g. Анализ выполнен с помощью преобразования Фурье с оконной функцией Хэмминга. Частота дискретизации экспериментальных данных – 100 кГц, разрешение диаграммы по частоте  $\Delta f = 1,526$  Гц, шаг

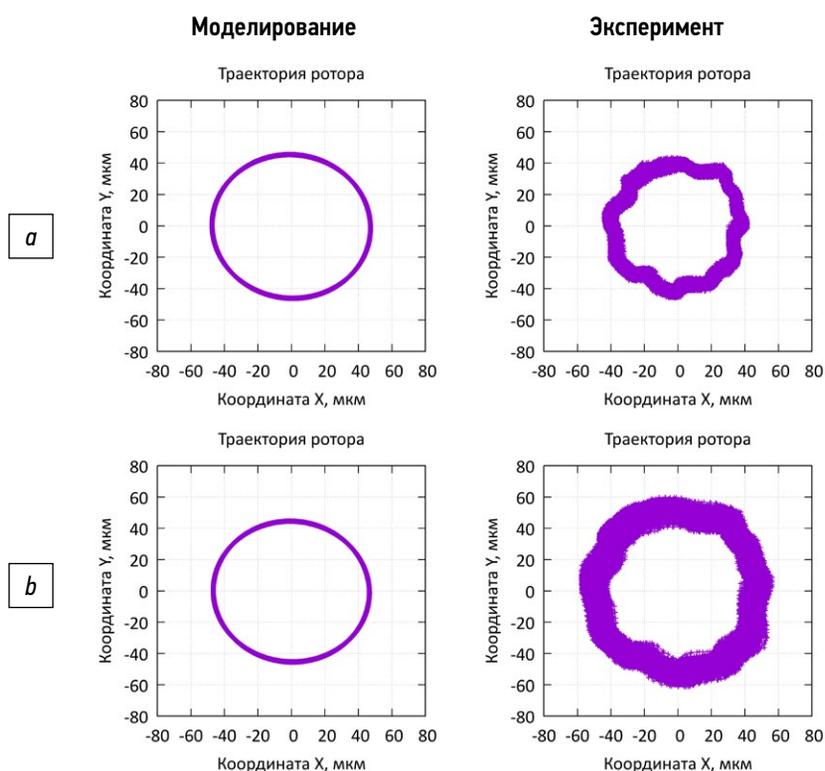
**Таблица 1.** Параметры исследуемого турбохолодильника  
**Table 1.** Parameters of the investigated air cycle machine

Параметр	Обозначение	Значение	Ед. изм.	
Радиус цапфы ротора	$R$	24,7	мм	
Длина подшипника	$L$	57	мм	
Монтажный зазор	$C$	30	мкм	
Давление среды, окружающей подшипник	$p_a$	101 325	Па	
Динамическая вязкость газа (воздуха)	$\mu$	18,81	мкПа·с	
Коэффициент жёсткости гофрированного демпфера	$k$	1,308	ГН/м <sup>3</sup>	
Коэффициент трения гофрированного демпфера	$\eta$	0,25	–	
Полная масса ротора	$m_{\text{рот}}$	4,5	кг	
Межопорное расстояние	$L_{AB}$	278	мм	
Расстояние между подшипниками и центром масс, мм	$L_A$	123	мм	
	$L_B$	155	мм	
Поперечные моменты инерции ротора	$I_{xx} = I_{yy}$	825,2	кг·см <sup>2</sup>	
Продольный момент инерции ротора	$I_{zz}$	39,2	кг·см <sup>2</sup>	
Дисбаланс	$e_A$	12	мкм	
	$e_B$	45	мкм	
Масса корпуса подшипника	$m_{\text{корп}}$	0,4	кг	
Коэффициенты жёсткости опор	А (сторона турбинных колёс)	$k_1$	429,8	Н/мм
		$k_3$	2148,8	Н/мм <sup>3</sup>
	В (сторона колеса вентилятора)	$k_1$	1251,7	Н/мм
		$k_3$	1423,2	Н/мм <sup>3</sup>
Приведённый коэффициент демпфирования опор	$\zeta$	1,0	–	



**Рис. 5.** Траектория движения со стороны опоры А без внешнего воздействия: *a)* частота вращения ротора 20 тыс. об/мин *b)* частота вращения ротора 30 тыс. об/мин.

**Fig. 5.** Trajectory of rotor side A motion without any outside impact: *a)* rotor rotation = 20 krpm, *b)* rotor rotation = 30 krpm.



**Рис. 6.** Траектория движения со стороны опоры В без внешнего воздействия: *a)* частота вращения ротора 20 тыс. об/мин *b)* частота вращения ротора 30 тыс. об/мин.

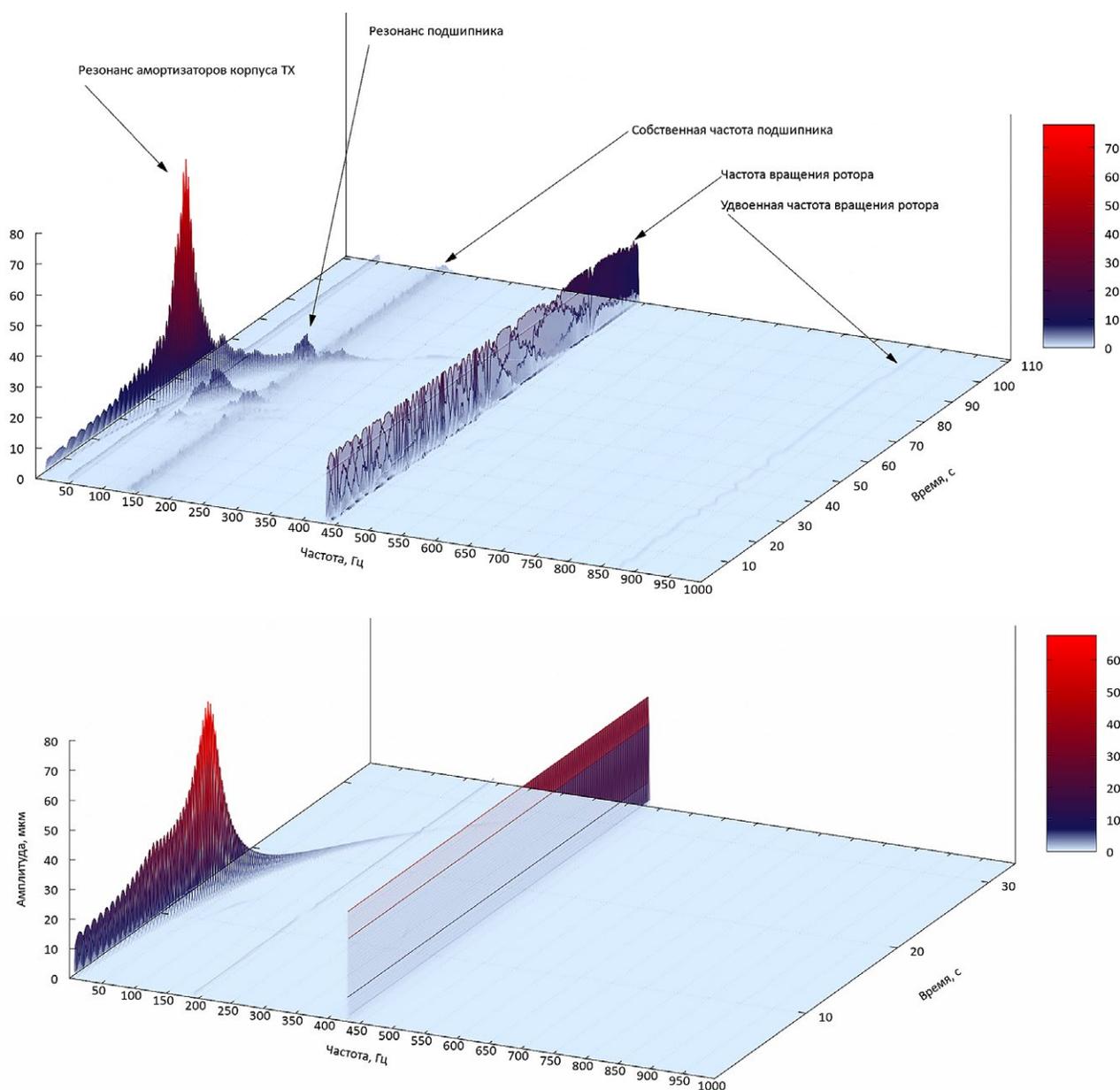
**Fig. 6.** Trajectory of rotor side B motion without any outside impact *a)* rotor rotation = 20 krpm, *b)* Rotor rotation = 30 krpm.

по времени  $\Delta t = 0,262$  с. При сравнении диаграмм, заметно хорошее качественное соответствие результатов математического моделирования и эксперимента. С помощью моделирования выявлена реакция ротора на резонанс корпуса (первый пик в районе 50 Гц), реакция на собственной частоте подшипника (небольшой пик в районе 100 Гц), а также отсутствие реакции при совпадении вынуждающей частоты и частоты вращения ротора.

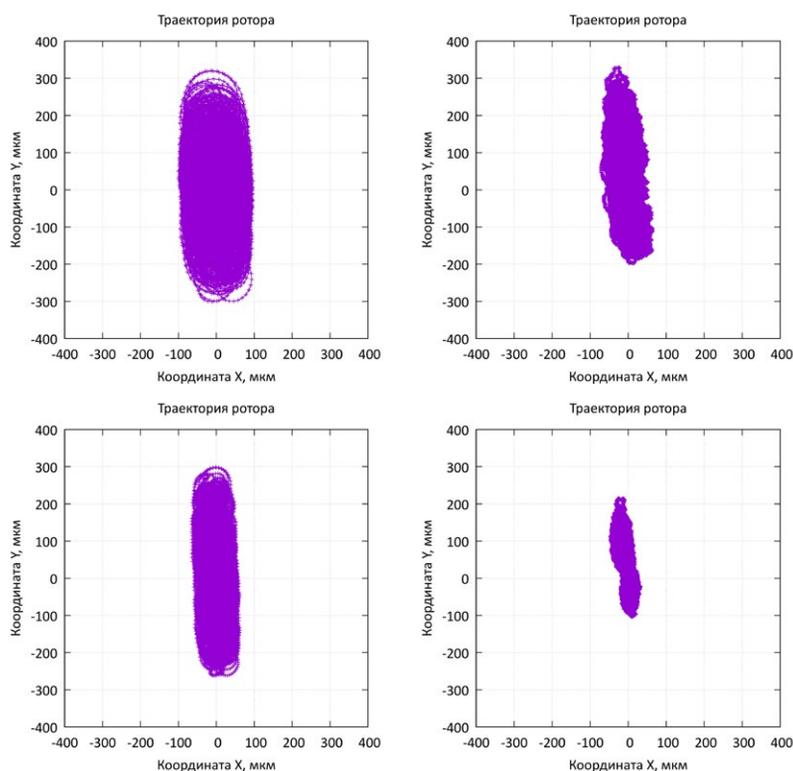
На рис. 8 представлены траектории движения ротора при совместном воздействии ШСВ и синусоидальной вибрации на «режиме 25%».

В таблицах 2 и 3 приведены параметры вибрационного воздействия, которому подвергалась турбомашина в ходе экспериментального исследования. Условные «режим 25%» и «режим 75%» означают ослабление заданного по Квалификационным требованиям КТ-160G режима жёсткой вибрации для оборудования вертолётов. Указанные режимы исследовались как предварительные испытания нового образца ЛГП.

Для сравнения результатов математического моделирования и экспериментальных данных, все исследованные режимы сведены в таблицы 4 и 5. В таблице 4 приведено сравнение экспериментальных данных



**Рис. 7.** Реакция ротора со стороны опоры В на воздействие синусоидальной вибрации сканирующей частоты с амплитудой виброускорения 0,5 g при частоте вращения ротора 26 тыс. об./мин. Сверху – экспериментальные данные, снизу – расчётные.  
**Fig. 7.** Rotor side B response to the influence of a sinusoidal vibration of scanning frequency with vibroacceleration amplitude of 0.5 g. Rotor rotation = 26 krpm. Top: experimental data, bottom: computed data.



**Рис. 8.** Траектория движения ротора при совместном воздействии ШСВ и синусоидальной вибрации на «режиме 25%». Слева – результат моделирования, справа – экспериментальные данные. Сверху – сторона опоры А, снизу – сторона опоры В.

**Fig. 8.** Trajectory of rotor motion under the combined effect of sinusoidal and random vibration, 25% of the nominal regime. Left – computed data, right – experimental data. Top – side of support A, bottom – side of support B.

**Таблица 2.** Параметры вибронгрузки. Режим 25%

**Table 2.** Vibration load parameters for the 25% mode

	Диапазон частот, Гц	Спектральная плотность мощности виброускорения, $g^2/Гц$
ШСВ	от 10 до 300	0,005
	от 300 до 2000	от 0,005 до 0,0005 (-3,65 дБ)
	Суммарное СКЗ	1,95 g
Синус	Частота $f$ , Гц	Амплитуда виброускорения $a$ , g
	от 14,08 до 21,12	0,7
	от 28,16 до 42,24	1,6
	от 124,47 до 152,13	1,6
	от 164,25 до 200,75	1,6

**Таблица 3.** Параметры вибронгрузки. Режим 75%

**Table 3.** Vibration load parameters for the 75% mode

	Диапазон частот, Гц	Спектральная плотность мощности виброускорения, $g^2/Гц$
ШСВ	от 10 до 300	0,02
	от 300 до 2000	от 0,02 до 0,002 (-3,65 дБ)
	Суммарное СКЗ	3,90 g
Синус	Частота $f$ , Гц	Амплитуда виброускорения $a$ , g
	от 14,08 до 21,12	2,0
	от 28,16 до 42,24	2,5
	от 124,47 до 152,13	2,5
	от 164,25 до 200,75	2,5

с математической моделью без учёта осевого подшипника. В таблице 5 экспериментальные данные сравниваются с моделью, учитывающей осевой подшипник.

Недостатком моделирования является то, что расчётные значения на каждом режиме с внешним воздействием превосходят значения, полученные в ходе эксперимента.

## ВЫВОДЫ

В представленном исследовании разработана математическая модель внешнего механического воздействия на турбомашину, ротор которой установлен на лепестковые газодинамические подшипники. Модель

показала результаты с хорошей степенью соответствия на стационарных режимах. На режимах с внешним воздействием расчётные значения превосходят экспериментальные, что позволяет получить «оценку сверху» для максимальных перемещений отдельных частей ротора.

Факт того, что расчётные перемещения превышают значения, полученные в эксперименте, свидетельствует о недостаточном учёте демпфирующих факторов в конструкции системы корпус турбомашин – корпуса подшипников – подшипники – ротор. Возможными путями улучшения модели являются:

- учёт подвижности гофрированного демпфера с рассеиванием энергии на трение;

**Таблица 4.** Сравнение результатов математического моделирования стационарной работы и вибрационного воздействия и экспериментальных данных без учёта осевого подшипника

**Table 4.** Comparison of the simulation results and the experimental data for stationary operation and while being subjected to vibration, without taking into account the axial bearing

Режим	Частота вращения тыс. об/мин	Амплитуда колебаний ротора со стороны А			
		экспер., мкм	погрешность экспер., %	расчёт, мкм	разность с экспер., %
Стационарный	20	13	30,8	13	0
	26	12	33,3	13	8
	30	12	33,3	17	42
ШСВ 25%	20	78	5,1	202	159
ШСВ 100%	20	149	2,7	355	138
	30	134	3,0	445	232
ШСВ+синус 25%	20	215	1,9	255	19
	30	192	2,1	250	30
ШСВ+синус 75%	20	246	1,6	580	136
	30	278	1,4	530	91
Режим	Частота вращения тыс. об/мин	Амплитуда колебаний ротора со стороны В			
		экспер., мкм	погрешность экспер., %	расчёт, мкм	разность с экспер., %
Стационарный	20	42	9,5	48	14
	26	51	7,8	46	10
	30	60	6,7	48	20
ШСВ 25%	20	178	2,2	155	13
ШСВ 100%	20	240	1,7	270	13
	30	256	1,6	210	18
ШСВ+синус 25%	20	270	5	315	17
	30	287	5	320	11
ШСВ+синус 75%	20	381	13	500	31
	30	375	13	510	36

- более подробная динамическая модель корпуса турбомашин;
- включение динамической модели осевого подшипника для учёта его влияния на гашение колебаний ротора.

Разработанная модель может быть использована для расчётной проверки виброустойчивости турбомашин на этапе проектирования, до начала натурных испытаний. Это особенно важно при разработке транспортных холодильных систем и позволит сократить производственный цикл нового агрегата.

Найденное значение максимальных перемещений может быть использовано для назначения зазоров между лопатками рабочих колёс и корпусными деталями

для минимизации потерь эффективности от перетечек рабочего газа без совершения работы [15].

## ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

**Вклад авторов.** Все авторы внесли существенный вклад в разработку концепции, проведение исследования и подготовку статьи, прочли и одобрили финальную версию перед публикацией.

**Источник финансирования.** Статья не имеет спонсорской поддержки.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов, связанного с подготовкой и публикацией статьи.

**Таблица 5.** Сравнение результатов математического моделирования стационарной работы и вибрационного воздействия и экспериментальных данных с учётом осевого подшипника

**Table 5.** Comparison of the simulation results and the experimental data for stationary operation and while being subjected to vibration, taking into account the axial bearing

Режим	Частота вращения тыс. об/мин	Амплитуда колебаний ротора со стороны А			
		экспер., мкм	погрешность экспер., %	расчёт, мкм	разность с экспер., %
Стационарный	20	13	30,8	16,5	27
	26	12	33,3	14,5	21
	30	12	33,3	13,5	13
ШСВ 25%	20	78	5,1	175	124
	ШСВ 100%	20	149	2,7	305
		30	134	3,0	240
ШСВ+синус 25%	20	215	1,9	280	30
	30	192	2,1	270	41
ШСВ+синус 75%	20	246	1,6	435	77
	30	278	1,4	430	55
Режим	Частота вращения тыс. об/мин	Амплитуда колебаний ротора со стороны В			
		экспер., мкм	погрешность экспер., %	расчёт, мкм	разность с экспер., %
Стационарный	20	42	9,5	45,0	7
	26	51	7,8	44,5	13
	30	60	6,7	44,0	27
ШСВ 25%	20	178	2,2	170	11
	ШСВ 100%	20	240	1,7	235
		30	256	1,6	225
ШСВ+синус 25%	20	270	5	315	4
	30	287	5	295	0
ШСВ+синус 75%	20	381	13	560	47
	30	375	13	570	52

## ADDITIONAL INFORMATION

**Authors' contribution.** All authors made significant contributions to the development of the concept, research, and preparation of the article. All authors have read and approved the final version before publication.

**Funding source.** No external funding was received for this work.

**Competing interests.** The authors have no competing interests to declare.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сухомлинов И.Я., Головин М.В. Герметичный холодильный центробежный компрессор на газодинамических подшипниках // Компрессорная техника и пневматика. 2014. № 6. С. 6–10.
2. Поликарпов А.В., Викулов А.П., Зотов С.Н., и др. Безмасляный центробежный электрокомпрессор на лепестковых газодинамических подшипниках // Холодильная техника. 2020. Т. 109. № 2. С. 36–44. doi: 10.17816/RF104085
3. Щедухин С.И., Поликарпов А.В., Викулов А.П., и др. Безмасляный турбодетандер природного газа на лепестковых газодинамических подшипниках // Холодильная техника. 2017. Т. 106 № 6. С. 46–50. doi: 10.17816/RF99254
4. Звонарев П.Н. Разработка метода расчета радиальных упругогазодинамических подшипников с предварительно напряженными лепестками для малых турбомашин низкотемпературных установок: дис. ... канд. тех. наук. М., 2005.
5. Сытин А.В. Решение комплексной задачи расчета характеристик радиальных лепестковых газодинамических подшипников: дис. ... канд. тех. наук. Орел, 2008.
6. Bonello P., Pham H. The efficient computation of the nonlinear dynamic response of a foil air bearing rotor system // J. Sound Vib. 2014. Vol. 333. P. 3459–3478. doi: 10.1016/j.jsv.2014.03.001
7. Andrés L.S., Rubio D., Kim T.H. Rotordynamic performance of a rotor supported on bump type foil gas bearings: experiments and predictions // ASME J. Eng. Gas Turbines Power. 2007. Vol. 129, N. 3. P. 850–857. doi: 10.1115/1.2718233
8. Powell J.W., Tempest M.C. A Study of High Speed Machines with rubber Stabilized Air Bearings // ASME J. Lubric. tech. 1968. Vol. 90, N. 4. P. 701–707. doi: 10.1115/1.3601702
9. Waumans T., Peirs J., Al-Bender F., et al. Aerodynamic journal bearing with a flexible, damped support operating at 7.2 million DN // J. Micromech. Microeng. 2011. Vol. 21. P. 104014. doi: 10.1088/0960-1317/21/10/104014
10. Gu Y., Ma Y., Ren G. Stability and vibration characteristics of a rotor-gas foil bearings system with high-static-low-dynamic-stiffness supports // J. Sound. Vib. 2017. Vol. 397. P. 152–170. doi: 10.1016/j.jsv.2017.02.047
11. Пешти Ю. В. Газовая смазка. Учебник для вузов. М.: МГТУ им. Баумана, 1993.
12. Kim D. Parametric studies on static and dynamic performance of air foil bearings with different top foil geometries and bump stiffness distributions // J. Tribol. 2007. Vol. 129, N. 2. P. 354–364. doi: 10.1115/1.2540065
13. Хайрер Э., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи. М.: Мир, 1999.
14. Тищенко И.В., Николаев В.С., Меркулов В.И. Экспериментальное исследование динамики ротора авиационного турбохолодильника на газодинамических подшипниках. // Холодильная и криогенная техника, системы кондиционирования и жизнеобеспечения: Третья международная научно-практическая конференция: материалы конференции, Москва, 19 ноября 2020 года. МГТУ им. Н.Э. Баумана.
15. Николаев В.С., Абалакин С.А., Тищенко И.В. Сравнение потерь эффективности из-за перетечек для турбоагрегатов авиационных систем кондиционирования на лепестковых газодинамических подшипниках и шарикоподшипниках // Холодильная техника. 2022. Т. 111, № 1. С. 13–20. doi: 10.17816/RF96964

## REFERENCES

1. Sukhomlinov IYa, Golovin MV Hermetic centrifugal refrigeration compressor on the gas-dynamic bearings. *Compressor technology and pneumatics*. 2014;6:6–10. (in Russ).
2. Polikarpov AV, Vikulov AP, Zotov SN, et al. Oilfree centrifugal electric compressor with foil gasdynamic bearings. *Refrigeration Technology*. 2020;109(2):36–44. doi: 10.17816/RF104085 (in Russ).
3. Shchedukhin SI, Polikarpov AV, Vikulov AP, et al. Bezmaslyanyy turbodetander prirodnogo gaza na lepestkovykh gazodinamicheskikh podshipnikakh. *Refrigeration Technology*. 2017;106(6):46–51. doi: 10.17816/RF99254 (in Russ).
4. Zvonarev PN. Razrabotka metoda rascheta radial'nyh uprugogazdinamicheskikh podshipnikov s predvaritel'no napriazhennymi lepestkami dlja malyh turbomashin nizkotemperaturnyh ustanovok [dissertation] Moscow; 2005. (in Russ).
5. Sytin AV. Reshenie kompleksnoj zadachi rascheta harakteristik radial'nyh lepestkovykh gazodinamicheskikh podshipnikov [dissertation]. Orel; 2008. (in Russ).
6. Bonello P, Pham H. The efficient computation of the nonlinear dynamic response of a foil air bearing rotor system. *J. Sound Vibr*. 2014;333:3459–3478. doi: 10.1016/j.jsv.2014.03.001
7. Andrés LS, Rubio D, Kim TH. Rotordynamic performance of a rotor supported on bump type foil gas bearings: experiments and predictions. *ASME J. Eng. Gas Turbines Power*. 2007;129(3):850–857. doi: 10.1115/1.2718233
8. Powell JW, Tempest MC A Study of High Speed Machines with rubber Stabilized Air Bearings. *ASME J. Lubric. tech*. 1968;90(4):701–707. doi: 10.1115/1.3601702
9. Waumans T, Peirs J, Al-Bender F, et al. Aerodynamic journal bearing with a flexible, damped support operating at 7.2 million DN. *J. Micromech. Microeng*. 2011;21:104014. doi: 10.1088/0960-1317/21/10/104014
10. Gu Y, Ma Y, Ren G. Stability and vibration characteristics of a rotor-gas foil bearings system with high-static-low-

dynamic-stiffness supports. *J. Sound Vibr.* 2017;397:152–170. doi: 10.1016/j.jsv.2017.02.047

11. Peshti YV. *Gas lubricant*. Moscow: Bauman Moscow State Technical University; 1993. (in Russ).

12. Kim D. Parametric studies on static and dynamic performance of air foil bearings with different top foil geometries and bump stiffness distributions. *J. Trib.* 2007;129(2):354–364 doi: 10.1115/1.2540065

13. Wanner G, Hairer E. *Solving ordinary differential equations II. Stiff and differential algebraic problems*. Moscow: Mir; 1999.

14. Tishchenko IV, Nikolaev VS, Merkulov VI. Experimental Study of a Dynamics Rotor of an Aircraft Air Cycle Machine with Foil Gas Bearings. In: *Refrigeration and cryogenic equipment, air conditioning and life support systems: Third international scientific and practical conference. November 19–20, 2019*; Moscow, Russia. Bauman Moscow State Technical University.

15. Nikolaev VS, Abalakin SA, Tishchenko IV. Comparison of efficiency losses due to leaks for turbine units of aviation air conditioning systems with petal-type gas-dynamic bearings and ball bearings. *Refrigeration Technology*. 2022;111(1):13–20. doi: 10.17816/RF96964

## ОБ АВТОРАХ

**\*Николаев Виталий Станиславович**, аспирант;  
адрес: Россия, 105005, Москва,  
2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1;  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5360-9368>;  
eLibrary SPIN: 5847-3632;  
e-mail: vs.nikolaev.bmstu@gmail.com

**Тищенко Игорь Валерьевич**, к.т.н., доцент;  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6094-8723>;  
eLibrary SPIN: 5630-4301;  
e-mail: iv.tishchenko@bmstu.ru

\*Автор, ответственный за переписку

## AUTHOR'S INFO

**\*Vitaly S. Nikolaev**, Postgraduate Student;  
address: 5 str. 1 2nd Baumanskaya street, 105005 Moscow,  
Russia;  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5360-9368>;  
eLibrary SPIN: 5847-3632;  
e-mail: vs.nikolaev.bmstu@gmail.com

**Igor V. Tishchenko**, Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor;  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6094-8723>;  
eLibrary SPIN: 5630-4301;  
e-mail: iv.tishchenko@bmstu.ru

\*Corresponding author