Профилирование спиралей холодильных спиральных компрессоров

Check for updates

253

А.А. Жаров, А.В. Борисенко, А.В. Валякина, С.В. Початков, М.В. Макаров

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, Москва, Россия

АННОТАЦИЯ

Обоснование. В настоящее время в холодильной технике все чаще используются спиральные компрессора. Они обладают высоким коэффициентом подачи, малой шумностью, высокой уравновешенностью и рядом других преимуществ. В открытом доступе не хватает информации, описывающей профилирование спиралей спиральных компрессоров, тогда как данный этап проектирования самый сложный.

Цель. Описание построения и профилирования наиболее распространённых типов спиралей холодильных спиральных компрессоров.

Методы. Использование известных математических зависимостей и математического аппарата для вывода расчётных формул.

Результаты и их применение. Выведены и описаны необходимые математические зависимости, позволяющие профилировать и строить 3D-модели кусочно-окружной спирали, эвольвентной спирали и спирали Архимеда.

Ключевые слова: спиральный компрессор; профилирование спиралей; кусочно-окружная спираль; эвольвентная спираль; спираль; спираль Архимеда.

Для цитирования:

Жаров А.А., Борисенко А.В., Валякина А.В., Початков С.В., Макаров М.В. Профилирование спиралей холодильных спиральных компрессоров // Холодильная техника. 2022. Т. 111, № 4. С. 253–262. DOI: https://doi.org/10.17816/RF115253

Рукопись получена: 10.12.2022

Рукопись одобрена: 10.01.2023

Опубликована онлайн: 29.01.2023

DOI: https://doi.org/10.17816/RF115253

Scroll profiling for refrigeration scroll compressors

Anton A. Zharov, Artem V. Borisenko, Anna V. Valiakina, Sergey V. Pochatkov, Michael V. Makarov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

ABSTRACT

BACKGROUND: Spiral compressors are often used in refrigeration. They have high volumetric efficiency, low noise, high balance, and numerous other advantages. Public information describing the profiling of scroll is insufficient; thus, scroll profiling is the greatest difficulty facing scroll compressor designing.

AIM: A description of the plotting and profiling of the most common types of scrolls of refrigeration scroll compressors. *MATERIALS AND METHODS:* The use of known mathematical relations and tools for developing calculation formulas.

RESULTS AND APPLICATIONS: The necessary mathematical equations are developed and described, and they allow us to profile and construct 3D models of a piecewise circular spiral, an involute spiral, and an Archimedean spiral.

Keywords: scroll compressor; scroll profiling; piecewise circular spiral; involute spiral; Archimedean spiral.

To cite with article:

Zharov AA, Borisenko AV, Valiakina AV, Pochatkov SV, Makarov MV. Scroll profiling for refrigeration scroll compressors. *Refrigeration Technology.* 2022;111(4):253–262. DOI: https://doi.org/10.17816/RF115253

Received: 10.12.2022

Accepted: 10.01.2023

Published online: 29.01.2023



ВВЕДЕНИЕ

Главным элементом холодильной установки, обеспечивающим её работу, является холодильный компрессор. В настоящее время в холодильной технике в бытовых и транспортных кондиционерах, тепловых насосах, холодильных машинах малой и средней мощности часто используются спиральные компрессора. Они обладают высоким коэффициентом подачи, малой шумностью, высокой уравновешенностью и рядом других преимуществ [1, 2].

Основными элементами спирального компрессора являются две спирали — подвижная и неподвижная, эксцентриковый вал, и противоповоротное устройство, обеспечивающее плоскопараллельное движение подвижной спирали.

При проектировании спирального компрессора наибольшую трудность представляет профилирование спирали. Литературный поиск показал недостаточность информации о профилировании спиралей, полноценного описания построения и зависимостей для расчёта площадей и объёмов парных ячеек, необходимых для профилирования, а в имеющихся литературных источниках присутствуют ошибки и неточности. Целью данной работы является восполнение не достающей информации по указанному вопросу.

На рынке представлены компрессоры со спиралями, построенными на основе самых разнообразных кривых. Основными являются однозаходные спирали на основе эвольвенты окружности, спирали Архимеда и кусочноокружная спираль [3], но можно так же встретить спирали на основе эвольвенты треугольника и квадрата, сшитые из большого количества дуг окружностей разного радиуса и многие другие.

ПРИНЦИП РАБОТЫ СПИРАЛЬНОГО КОМПРЕССОРА

На рис. 1 показано зацепление подвижной и неподвижной спиралей при угле поворота вала компрессора, равном нулю, то есть при окончании процесса всасывания. Система координат ХҮ связана с неподвижной спиралью, система X_nY_n – с подвижной. Подвижная спираль вместе со своей системой координат X_nY_n движется относительно неподвижной плоскопараллельно, совершая орбитальное движение по окружности радиусом, равным эксцентриситету эксцентрикового конца вала, на который надета подвижная спираль. Повороту подвижной спирали препятствует противоповоротное устройство.

Между спиралями образуются попарно равные замкнутые объемы, парные полости 3, 2, 1. При движении спирали точки контакта двигаются по спирали, сохраняя герметичное разделение парных полостей друг



Рис. 1. Зацепление спиралей и полости сжатия. **Fig. 1.** Spiral engagement and the spaces of compression.

от друга. При этом газ движется по спирали от периферии в центр.

КУСОЧНО-ОКРУЖНАЯ СПИРАЛЬ

Построение профиля спирали происходит следующим образом:

Задаются прямоугольной декартовой системой координат ОХУ на плоскости. На оси X расположены вспомогательные точки O_1 , O_2 , N_1 , N_2 (см. рис. 2), из которых проводится серия полуокружностей. Точка N_1 необходима только для построения торцевой полуокружности радиусом R_1 в начале спирали. Точка N_2 используется для построения только полуокружности радиусом R_2 , относящейся к внутренней поверхности спирали и лежащей ниже оси X. Остальные полуокружности проводятся из точек O_1 и O_2 , причем из O_1 – верхние полуокружности (выше оси X), из O_2 – нижние полуокружности (ниже оси X). Нечетный индекс радиусов R относится к наружной поверхности спирали, четный – к внутренней. Начало системы координат (точка O) устанавливается в центр отрезка O_1O_2 .

Длина отрезка 0₁0₂ определяется как сумма величин эксцентриситета и толщины ребра спирали:

$$O_1 O_2 = (\varepsilon + \delta)$$

Здесь и далее δ – толщина ребра спирали на участках с радиусами R_4 , R_5 и больше; ε – эксцентриситет между спиралями.

Толщина начального участка спирали обычно делается несколько больше (предположительно из соображений прочности). Расстояние между точками N_1 и O_1

$$NO = 0.25\delta$$
.

Радиусы полуокружностей каждые пол-оборота угла закрутки увеличиваются на фиксированную величину, равную расстоянию между их центрами (*O*₁*O*₂). Используя непрерывную функцию целой части числа, можно задать ступенчатую функцию изменения радиуса внутренней поверхности ребра спирали:

$$R(\varphi) = \operatorname{trunc}\left(\frac{\varphi + \pi}{\pi}\right) \cdot (\varepsilon + \delta).$$

Здесь и далее ф – мгновенный угол закрутки спирали; trunc(x) – функция целой части числа.



Рис. 2. Построение кусочно-окружной спирали. **Fig. 2.** Piecewise circular spiral plotting.

Радиус первой полуокружности внутренней поверхности ребра спирали не подчиняется этому закону. Он меньше на 0.256. Тогда функцию радиуса внутренней поверхности можно записать через функцию Хэвисайда:

$$R_{_{\theta H}}(\varphi) = R(\varphi) - 0.25\delta \cdot (1 - \theta(\varphi - \pi)) =$$
$$= \operatorname{trunc}\left(\frac{\varphi + \pi}{\pi}\right) \cdot (\varepsilon + \delta) - 0.25\delta \cdot (1 - \theta(\varphi - \pi)),$$

где $\theta(x)$ – функция Хэвисайда:

$$\theta(x) = \begin{cases} 0, \ x < 0 \\ 1, \ x \ge 0 \end{cases}$$

Все радиусы внешней поверхности ребра спирали, кроме первого, равны соответствующим радиусам внутренней поверхности, увеличенным на толщину ребра. Их уравнение примет вид:

$$R_{\mu}(\varphi) = R(\varphi) + \delta = \operatorname{trunc}\left(\frac{\varphi + \pi}{\pi}\right) \cdot (\varepsilon + \delta) + \delta.$$

Для определения координат точек спирали необходимо учесть, что различные полуокружности строятся из различных центров. Для этого необходимо задать функцию смещения. Также, как и радиус, смещение меняется каждые пол-оборота угла закрутки. Её можно записать по подобию знакопеременных рядов. Оба центра находятся на оси X, поэтому смещение будет только для проекции на эту ось:

$$\Delta x(\varphi) = \frac{1}{2}O_1O_2 \cdot \left(-1\right)^{\operatorname{trunc}\left(\frac{\varphi+\pi}{\pi}\right)}$$

Смещение центра первой полуокружности внутренней поверхности ребра спирали не подчиняется этому закону. Оно больше на NO. С учётом этого отличия функцию смещения для внутренней поверхности ребра спирали можно выразить через функцию Хэвисайда:

$$\Delta x_{\rm BH}(\varphi) = \Delta x(\varphi) - NO \cdot (1 - \theta(\varphi - \pi)) =$$
$$= \frac{1}{2} (\varepsilon + \delta) \cdot (-1)^{\rm trunc} \left(\frac{\varphi + \pi}{\pi}\right) - 0.25\delta \cdot (1 - \theta(\varphi - \pi)).$$

Смещение всех центров полуокружностей наружной поверхности ребра подчиняется общему закону, поэтому записывается в виде:

$$\Delta x_{\mu}(\varphi) = \Delta x(\varphi) = \frac{1}{2} (\varepsilon + \delta) \cdot (-1)^{\operatorname{trunc}\left(\frac{\varphi + \pi}{\pi}\right)}.$$

Параметрические уравнения поверхностей ребра спирали имеют общий вид:

$$\begin{cases} x_i(\varphi) = R_i(\varphi) \cdot \cos(\varphi) + \Delta x_i(\varphi) \\ y_i(\varphi) = R_i(\varphi) \cdot \sin(\varphi) \end{cases}$$

где индексом *i* обозначены величины, относящиеся к внутренней или внешней поверхности одновременно.

Геометрия спирали определяется толщиной и высотой ребра спирали, а также эксцентриситетом между подвижной и неподвижной спиралями. Для удобства расчёта переходят к относительным величинам: относительной высоте ребра спирали и относительному эксцентриситету, равным отношению действительных величин к толщине ребра спирали.

Анализ некоторых известных конструкций показал, что отношение высоты к толщине ребра \overline{h} может быть принято в диапазоне 4...8 [4] из соображений прочности и недопущения больших изгибов стенок ребра спирали. Значение при больших объёмах полостей всасывания и для черных металлов материала спиралей выбирается больше, а для пластмасс и для СПК меньшей производительности с большим перепадом давлений 255

между парными ячейками (на разных сторонах стенки спирали) – меньше [4]. Кроме того, отношение высоты к толщине спирали следует выбирать таким образом, чтобы было удобно в дальнейшем изменять значение толщины спирали, подбирая более оптимальное технологичное значение, например, чтобы значение толщины ребра спирали не имело сотых и тысячных долей миллиметра.

В настоящее время производятся компрессоры со значениями относительной высоты ребра спирали больше, чем в указанных выше рекомендациях. Так, например, спиральные компрессоры модели HLM068 компании Scroll Technologies имеют высоту ребра спирали в 10 раз превышающую его толщину.

Относительный эксцентриситет $\overline{\mathcal{E}}$ [5] в первую очередь является функцией степени сжатия, при $\pi_k < 2$ стремится к 2, при высоких степенях сжатия – к 1.

Поскольку зазоры в спиральном блоке должны исчисляться единицами микрон, то все основные поверхности, а также толщины и высоты спиралей должны быть выполнены с точностью до единиц микрон. В этом случае основные геометрические размеры спиралей могут быть назначены также с точностью до единиц микрон, но это несколько неудобно и повышает возможность ошибок при производстве, т.е. при настройке оборудования, фрезеровании и осуществлении контроля размеров. Удобнее, если основные размеры будут целочисленными в миллиметрах или с точностью до десятых долей миллиметра. Для этого проводится итерационный подбор основных размеров спиралей так, чтобы при этом объемная подача компрессора не отличалась от заданной более чем на принятую величину.



Рис. 3. Зацепление кусочно-окружных спиралей. Fig. 3. Piecewise circular spiral engagement.

Все параметры спирали привязаны к толщине ребра, поэтому в первом приближении полностью определяют толькоеё согласно [5]:

$$\delta_1 = \sqrt[3]{\frac{W_{nn}}{4\pi \cdot \overline{h} \cdot \overline{\varepsilon} \cdot (\pi \cdot \overline{\varepsilon} + 1)}},$$

где W_{nh} – объём полости нагнетания.

Угол закрутки спирали Θ_n – угол, который пройдет радиус-вектор, проведенный из начала неподвижной системы координат, при движении по спирали от начала до конца.

В настоящее время на рынке представлены компрессоры с достаточно большим углом закрутки спирали (больше 6π), однако рекомендации по его выбору были найдены только в [4].

На рис. 3 показано зацепление кусочно-окружных спиралей в момент окончания всасывания. Штриховкой обозначена площадь пары ячеек всасывания, вычисляемая по следующей формуле:

$$F_{\rm BC,KO} = 2(2\Theta_n - \pi)(\delta + \varepsilon)\varepsilon - 2\pi\varepsilon^2$$

Полезный объём двух ячеек всасывания определяется согласно:

$$W_{\text{п.ко}} = F_{\text{вс.ко}} \cdot h = 2h \Big[(2\Theta_n - \pi) (\delta + \varepsilon) \varepsilon - \pi \varepsilon^2 \Big].$$

Приводя его к зависимости от толщины ребра и относительных величин, получим итоговую формулу для объёма ячеек всасывания:

$$W_{\text{п.ко}} = 2 \cdot \delta^3 \cdot \overline{h} \cdot \left[\left(2\Theta_n - \pi \right) \left(1 + \overline{\varepsilon} \right) \overline{\varepsilon} - \pi \cdot \overline{\varepsilon}^2 \right].$$

Данная формула позволяет подбирать геометрию кусочно-окружной спирали, зная требуемую объёмную подачу компрессора.

ЭВОЛЬВЕНТНАЯ СПИРАЛЬ

В общем случае (рис. 4) эволютой кривой γ называется кривая $\overline{\gamma}$, представляющая собой множество всех



Рис. 4. Примеры эвольвент и эволют. Fig. 4. Examples of involutes and evolutes.

257





центров кривизны кривой γ . В свою очередь, если кривая $\overline{\gamma}$ является эволютой для кривой γ , то сама кривая γ называется эвольвентой кривой $\overline{\gamma}$.

В качестве образующей кривой спирали компрессора применяется эвольвента окружности (рис. 5). Наиболее просто ее можно определить, как траекторию точки В (для внутренней поверхности и точки В' для наружной поверхности спирали) прямой АВ, при перекатывании этой прямой по окружности радиусом R без проскальзывания. Данную прямую называют производящей, а окружность – основной.

Построение эвольвенты окружности показано на рис. 6.

Из рис. 6 видно, что координаты точки эвольвенты складываются из проекций двух отрезков: ОА и АВ. Параметрические уравнения эвольвенты окружности записываются в виде:

$$\begin{cases} x(\varphi) = R \cdot \cos(\varphi) + L \cdot \sin(\varphi) \\ y(\varphi) = R \cdot \sin(\varphi) - L \cdot \cos(\varphi) \end{cases}$$

Прямая перекатывается по окружности без проскальзывания, поэтому длина *L* отрезка *AB* все время увеличивается и равна длине дуги, пройденной этой прямой. Длина дуги *L*=*R* ϕ , поэтому:

$$\begin{cases} x(\varphi) = R \cdot \cos(\varphi) + R \cdot \varphi \cdot \sin(\varphi) \\ y(\varphi) = R \cdot \sin(\varphi) - R \cdot \varphi \cdot \cos(\varphi) \end{cases}$$

Для обеспечения постоянства толщины ребра спирали необходимо, чтобы его наружная поверхность была



Рис. 6. Построение эвольвенты окружности. **Fig. 6.** Plotting of an involute to a circle.

эквидистантна внутренней. Эквидистанта кривой – это линия, равноотстоящая от этой кривой. Радиус кривизны кривой всегда нормален этой кривой, поэтому все радиусы кривизны эквидистанты и будут отличаться от радиусов кривизны базовой кривой на одно и то же число.

По свойству эвольвенты окружности её радиус кривизны в точке равен отрезку *АВ* производящей прямой, соединяющему данную точку эвольвенты и точку на основной окружности, поэтому для получения уравнения



Рис. 7. Зацепление эвольвентных спиралей. **Fig. 7.** Involute spiral engagement.

эквидистанты к эвольвенте окружности необходимо увеличить длину отрезка АВ на константу:

$$\begin{cases} x(\varphi) = R \cdot \cos(\varphi) + (R \cdot \varphi + \delta) \cdot \sin(\varphi) \\ y(\varphi) = R \cdot \sin(\varphi) - (R \cdot \varphi + \delta) \cdot \cos(\varphi) \end{cases}$$

R – радиус начальной окружности, определяемый как [4]:

$$R = \frac{\varepsilon + \delta}{\pi} \, .$$

На рис. 7 показано зацепление эвольвентных спиралей в момент окончания всасывания. Штриховкой обозначена площадь пары ячеек всасывания, вычисляемая по следующей формуле:



Рис. 8. Удлинённая и укороченная эвольвенты. **Fig. 8.** Elongated and shortened involutes.



Рис. 9. Спираль Архимеда. **Fig. 9.** Archimedian spiral.

$$F_{\rm BC.3B} = 4\varepsilon \cdot \left(\delta + \varepsilon\right) \cdot \left(\Theta_n - \frac{3}{2}\pi\right)$$

Полезный объём двух ячеек всасывания:

$$W_{\text{II},\text{3B}} = F_{\text{BC},\text{3B}} \cdot h = 4h \cdot \varepsilon \cdot \left(\delta + \varepsilon\right) \cdot \left(\Theta_n - \frac{3}{2}\pi\right).$$

Приводя к зависимости от толщины ребра и относительных величин получается итоговая формула объёма ячеек всасывания:

$$W_{\text{II},3B} = 4\delta^3 \cdot \overline{h} \cdot \overline{\varepsilon} \cdot (1 + \overline{\varepsilon}) \cdot \left(\Theta_n - \frac{3}{2}\pi\right).$$

Данная формула позволяет подбирать геометрию эвольвентной спирали по заданной объёмной подаче компрессора.

СПИРАЛЬ АРХИМЕДА

Точка, описывающая эвольвенту, в общем случае может не лежать на производящей прямой, но должна быть жёстко связана с ней. При смещении точки с прямой в направлении внутрь окружности (точка *W*, рис. 8) полученную эвольвенту называют удлинённой, а при смещении наружу (точка *L*, рис. 8) – укороченной.

Частным случаем удлинённой эвольвенты является спираль Архимеда. Она образуется при смещении точки *W* в направлении внутрь окружности, на расстояние равное радиусу основной окружности (рис. 9).

Построение спирали Архимеда показано на рис. 10. По рисунку 10 видно, что координаты точки спирали



Рис. 10. Построение спирали Архимеда. **Fig. 10.** Archimedian spiral plotting.

Архимеда складываются из проекций трёх отрезков: *ОА, АВ* и *ВW*. Параметрические уравнения спирали Архимеда имеют вид:

$$\begin{cases} x(\varphi) = R \cdot \cos(\varphi) + L \cdot \sin(\varphi) - BW \cdot \cos(\varphi) \\ y(\varphi) = R \cdot \sin(\varphi) - L \cdot \cos(\varphi) - BW \cdot \sin(\varphi) \end{cases}$$

Смещение *BW* равно радиусу начальной окружности, поэтому:

$$\begin{cases} x(\varphi) = L \cdot \sin(\varphi) \\ y(\varphi) = -L \cdot \cos(\varphi) \end{cases}$$

Как и в случае эвольвенты, прямая перекатывается по окружности без проскальзывания, поэтому длина *L* отрезка *AB* равна длине дуги, пройденной этой прямой. Длина дуги *L* = *R* ϕ , поэтому:

$$\begin{cases} x(\varphi) = R \cdot \varphi \cdot \sin(\varphi) \\ y(\varphi) = -R \cdot \varphi \cdot \cos(\varphi) \end{cases}$$

Независимо от типа спирали внешняя поверхность её ребра должна быть эквидистантна внутренней. Для получения уравнений внешней поверхности ребра спирали Архимеда используется тот же подход, что и для эвольвентной спирали.

Из рис. 11 видно, что координаты точки эквидистанты к спирали Архимеда складываются из проекций пяти отрезков: *ОА, АВ, ВВ', В'В''* и *В''W'*. Отрезок *В'В''* равен отрезку ВW и, соответственно, отрезку ОА, поэтому



Рис. 11. Построение эквидистанты к спирали Архимеда. **Fig. 11.** Equidistant of an Archimedian spiral plotting.

из проекций пяти отрезков останется только три – *AB*, *BB*' и *B''W*':

$$\begin{cases} x(\varphi) = R\varphi \cdot \sin(\varphi) + BB' \cdot \sin(\varphi) - B''W' \cdot \cos(\varphi) \\ y(\varphi) = -R\varphi \cdot \cos(\varphi) - BB' \cdot \cos(\varphi) - B''W' \cdot \sin(\varphi) \end{cases}$$

Радиус кривизны внутренней спирали равен отрезку *AW*, длина которого определяется следующим выражением:

$$AW = \sqrt{AB^2 + BW^2} = \sqrt{R^2 \varphi^2 + R^2} = R \cdot \sqrt{1 + \varphi^2} \ . \label{eq:award}$$

Угол между производящей прямой и радиусом кривизны спирали Архимеда:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{BW}{AB}\right) = \arctan\left(\frac{R}{R\varphi}\right) = \arctan\left(\frac{1}{\varphi}\right).$$

Длины отрезков производящей прямой и смещения записываются через проекции отрезка AW следующим образом:

$$AB = AW \cdot \cos(\alpha)$$
$$BW = AW \cdot \sin(\alpha)$$

Расстояние между спиралью Архимеда и эквидистантой к ней:

$$WW' = \delta$$
.

Тогда отрезки производящей прямой и смещения увеличатся на величину:

$$BB' = WW' \cdot \cos(\alpha) = \delta \cdot \cos(\alpha)$$
$$B''W' = WW' \cdot \sin(\alpha) = \delta \cdot \sin(\alpha)$$

Синус и косинус угла между производящей прямой и радиусом кривизны спирали Архимеда:

$$\cos(\alpha) = \frac{AB}{AW} = \frac{R\phi}{R \cdot \sqrt{1 + \phi^2}} = \frac{\phi}{\sqrt{1 + \phi^2}}$$
$$\sin(\alpha) = \sqrt{1 - \cos^2(\alpha)} = \frac{1}{\sqrt{1 + \phi^2}}$$

Тогда увеличения отрезков производящей прямой и смещения запишутся в виде:

$$BB' = \delta \cdot \cos(\alpha) = \delta \cdot \frac{\varphi}{\sqrt{1 + \varphi^2}}$$
$$B''W' = \delta \cdot \sin(\alpha) = \delta \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \varphi^2}}$$

Итоговые параметрические уравнения эквидистанты к спирали Архимеда примут вид:

$$\begin{cases} x(\varphi) = R\varphi \cdot \sin(\varphi) + \delta \cdot \frac{\varphi}{\sqrt{1 + \varphi^2}} \cdot \sin(\varphi) - \delta \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \varphi^2}} \cdot \cos(\varphi) \\ y(\varphi) = -R\varphi \cdot \cos(\varphi) - \delta \cdot \frac{\varphi}{\sqrt{1 + \varphi^2}} \cdot \cos(\varphi) - \delta \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \varphi^2}} \cdot \sin(\varphi) \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} x(\varphi) = R\varphi \cdot \sin(\varphi) + \frac{\delta}{\sqrt{1 + \varphi^2}} \cdot \left(\varphi \cdot \sin(\varphi) - \cos(\varphi)\right) \\ y(\varphi) = -R\varphi \cdot \cos(\varphi) - \frac{\delta}{\sqrt{1 + \varphi^2}} \cdot \left(\varphi \cdot \cos(\varphi) + \sin(\varphi)\right) \end{cases}$$

Радиус начальной окружности R определяется по той же формуле, что и для эвольвентной спирали.

На рис. 12 показано зацепление спиралей Архимеда в момент окончания всасывания. Штриховкой обозначена площадь пары ячеек всасывания, вычисляемая по следующей формуле:

$$F_{ac.ap} = 4\left(\delta + \varepsilon\right)^2 \left(\Theta_n - \frac{3}{2}\pi\right) - \delta \cdot \left[l(\Theta_n) - l(\Theta_n - 2\pi) + l(\Theta_n - \pi) - l(\Theta_n - 3\pi)\right],$$

где $l(\varphi)$ – длина дуги спирали Архимеда от начала до угла закрутки φ :

$$l(\varphi) = \frac{1}{2}R \cdot \left[\ln\left(\varphi + \sqrt{1 + \varphi^2}\right) + \varphi \cdot \sqrt{1 + \varphi^2}\right].$$



Рис. 12. Зацепление спиралей Архимеда. **Fig. 12.** Archimedian spiral engagement.

Полезный объём двух ячеек всасывания:

$$W_{\text{n.ap}} = F_{\text{Bc.ap}} \cdot h = h \cdot \left\{ 4\left(\delta + \varepsilon\right)^2 \left(\Theta_n - \frac{3}{2}\pi\right) - \delta \cdot \left[l\left(\Theta_n\right) - l\left(\Theta_n - 2\pi\right) + l\left(\Theta_n - \pi\right) - l\left(\Theta_n - 3\pi\right)\right] \right\}.$$

Приводя к зависимости от толщины ребра и относительных величин, получается итоговая формула для объёма ячеек всасывания:

$$W_{\text{n.ap}} = \delta^{3} \cdot \overline{h} \cdot \left\{ 4\left(1 + \overline{\varepsilon}\right)^{2} \left(\Theta_{n} - \frac{3}{2}\pi\right) - \left[\overline{l}\left(\Theta_{n}\right) - \overline{l}\left(\Theta_{n} - 2\pi\right) + \overline{l}\left(\Theta_{n} - \pi\right) - \overline{l}\left(\Theta_{n} - 3\pi\right)\right] \right\},$$

где $\overline{l}(\varphi)$ – относительная длина дуги спирали Архимеда, определяемая следующим выражением:

$$\overline{l}(\varphi) = \frac{1+\overline{\varepsilon}}{2\pi} \bigg[\ln \bigg(\varphi + \sqrt{1+\varphi^2} \bigg) + \varphi \cdot \sqrt{1+\varphi^2} \bigg].$$

Данная формула позволяет определять геометрию спирали Архимеда по заданной объёмной подаче компрессора.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В литературе достаточно мало информации по профилированию спиралей, а в имеющихся литературных источниках присутствуют ошибки или неточности.

В настоящей работе представлено описание построения, а также основные математические зависимости, позволяющие производить расчёт объёма полостей всасывания компрессора и основных геометрических параметров кусочноокружной спирали, эвольвентной спирали и спирали Архимеда.

ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Вклад авторов. Все авторы внесли существенный вклад в разработку концепции, проведение исследования

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

 Ибрагимов Е.Р. Повышение эффективности спирального компрессора сухого сжатия: дис. ... канд. тех. наук. Казань, 2009.
Кочетова Г.С., Сакун И.А. Состояние и направление развития спиральных компрессоров. Москва: ЦИНТИхимнефтемаш, 1988.
Косачевский В.А. Разработка метода расчета и анализ рабочего процесса спиральных компрессоров: дис. ... канд. тех. наук. Санкт-Петербург, 1998.

REFERENCES

1. Ibragimov ER. *Povyshenie jeffektivnosti spiral'nogo kompressora suhogo szhatija* [dissertation]. Kazan; 2009. (In Russ).

2. Kochetova GS, Sakun IA. *Sostojanie i napravlenie razvitija spiral'nyh kompressorov.* Moscow: CINTIhimneftemash; 1988. (In Russ).

3. Kosachevskij, VA. *Razrabotka metoda rascheta i analiz rabochego processa spiral'nyh kompressorov* [dissertation]. Saint Petersburg; 1998. (In Russ).

ОБ АВТОРАХ

* Початков Сергей Вадимович;

адрес: Россия, 105005, Москва, Лефортовская наб., д. 1; ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6218-3859; eLibrary SPIN: 1982-9348; e-mail: Pochatkov_SV@mail.ru

Жаров Антон Андреевич,

к.т.н.; ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9945-0850; eLibrary SPIN: 8581-1809; e-mail: zharov_a@bmstu.ru и подготовку статьи, прочли и одобрили финальную версию перед публикацией.

Источник финансирования. Статья не имеет спонсорской поддержки.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов, связанного с подготовкой и публи-кацией статьи.

ADDITIONAL INFORMATION

Authors' contribution. All authors made an important contribution to the conceptual development, research, and preparation of this article and read and approved the final version before publication.

Competing interests. The author declares no transparent and potential conflicts of interest related to this article's publication.

Funding source. This article is not sponsored.

4. Бараненко А.В., Бухарин Н.Н., Пекарев В.И., и др. Холодильные машины: Учебник для студентов втузов специальности «Техника и физика низких температур» / под ред. Л.С. Тимофеевского. Санкт-Петербург: Политехника, 1997.

5. Суслов А.Д., Чеботарев В.П. Инженерная методика конструктивного расчёта спирального компрессора // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. 1995. №2. С. 75–76.

4. Baranenko AV, Buharin NN, Pekarev VI, et al. *Holodil'nye mashiny: Uchebnik dlja studentov vtuzov special'nosti "Tehnika i fizika nizkih temperatur".* Timofeevskij LS. editor. Saint Petersburg: Politehnika; 1997. (In Russ).

5. Suslov AD, Chebotarev VP. Inzhenernaja metodika konstruktivnogo raschjota spiral'nogo kompressora. *Vestnik MGTU im. NE Baumana.* 1995;(2):75–76. (In Russ).

AUTHORS' INFO

* Sergey V. Pochatkov;

address: 1 Lefortovskaya Naberezhnaja, 105005 Moscow, Russia; ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6218-3859; eLibrary SPIN: 1982-9348; e-mail: Pochatkov_SV@mail.ru

Anton A. Zharov,

Cand. Sci. (Tech.); ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9945-0850; eLibrary SPIN: 8581-1809; e-mail: zharov_a@bmstu.ru

Борисенко Артем Витальевич,

к.т.н.; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-4818-3702; eLibrary SPIN: 2859-5006; e-mail: borart@bmstu.ru

Валякина Анна Викторовна,

к.т.н.; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-7709-1209; eLibrary SPIN: 7679-2022; e-mail: valiakina@bmstu.ru

Макаров Михаил Витальевич;

ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5419-1680; e-mail: makarov.mischa@gmail.com

*Автор, ответственный за переписку

Artem V. Borisenko,

Cand. Sci. (Tech.); ORCID: https://orcid.org/0000-0002-4818-3702; eLibrary SPIN: 2859-5006; e-mail: borart@bmstu.ru

Anna V. Valiakina,

Cand. Sci. (Tech.); ORCID: https://orcid.org/0000-0002-7709-1209; eLibrary SPIN: 7679-2022; e-mail: valiakina@bmstu.ru

Michael V. Makarov;

ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5419-1680; e-mail: makarov.mischa@gmail.com

*Corresponding author