

Оригинальное исследование

УДК 621.791.9

DOI: https://doi.org/10.52899/24141437_2025_03_347

EDN: VKZIBF

Теоретическое описание транспортировки частиц порошка в рабочую зону прямого лазерного выращивания

Д.В. Мукин, Н.В. Ларионов, В.М. Молчановский, И.Н. Юдин

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет, Санкт-Петербург, Россия

АННОТАЦИЯ

Актуальность. Характеристики потока порошка при транспортировке в рабочую зону прямого лазерного выращивания влияют на взаимодействие порошка, лазера и ванны расплава, что напрямую определяет геометрию валика и качество наплавляемого материала. Управление пространственным распределением потока порошка в зоне обработки является ключевым параметром для повышения эффективности и воспроизводимости процесса.

Цель работы — разработка полуаналитического подхода для нахождения траекторий частиц порошка в задаче прямого лазерного выращивания с использованием дискретного струйного сопла.

Методы. Поле скоростей газа-носителя в полупространстве без препятствий, заполненном защитным газом, аппроксимируется аналитическим решением уравнения Эйлера. Траектории частиц порошка находятся численным интегрированием уравнения движения, учитывающим силу Стокса.

Результаты. Получены траектории частиц порошка в зависимости от распределения скорости газа-носителя на выходе из трубочки путем применения точного решения уравнения Эйлера для конкретных параметров частиц порошка и газа-носителя, используемых в аддитивных технологиях.

Выводы. В работе представлена элементарная полуаналитическая модель транспортировки частиц порошка в задаче прямого лазерного выращивания, на основании которой становится возможным получение пространственного распределения частиц порошка в зоне обработки.

Ключевые слова: затопленная струя Ландау; взвешенные частицы; прямое лазерное выращивание; аддитивные технологии.

Как цитировать

Мукин Д.В., Ларионов Н.В., Молчановский В.М., Юдин И.Н. Теоретическое описание транспортировки частиц порошка в рабочую зону прямого лазерного выращивания. // Труды Санкт-Петербургского государственного морского технического университета. 2025. Т. 4, № 3. С. 347–354. DOI: 10.52899/24141437_2025_03_347 EDN: VKZIBF

Original Study Article

DOI: https://doi.org/10.52899/24141437_2025_03_347

EDN: VKZIBF

Theoretical Description of Powder Delivery to Direct Laser Deposition Area

Dmitriy V. Mukin, Nukolay V. Larionov, Vasiliy M. Molchanovsky, Ilia N. Udin

Saint Petersburg State Marine Technical University, Saint Petersburg, Russia

ABSTRACT

BACKGROUND: The parameters of powder flow delivered to the direct laser deposition area affect the interaction of the powder, laser, and melt pool, directly determining the bead shape and the quality of the deposited material. Controlling the spatial distribution of powder flow in the processing area is key for improving the process performance and repeatability.

AIM: To develop a semianalytic approach to find powder particle trajectories in the problem of direct laser deposition using a discrete jet nozzle.

METHODS: The carrier gas flowfield in an unobstructed half-space filled with a protective gas is approximated by an analytical solution of the Euler equation. Powder trajectories are determined by numerical integration of the equation of motion based on the Stokes' law.

RESULTS: Powder trajectories are determined by the distribution of the carrier gas velocity at the tube outlet by applying the exact solution of the Euler equation for specific parameters of powder particles and carrier gas used in additive manufacturing.

CONCLUSION: The paper presents an elementary semianalytic model of powder delivery in the problem of direct laser deposition allowing to obtain the spatial distribution of powder particles in the processing area.

Keywords: Landau–Squire jet; suspended particles; direct laser deposition; additive manufacturing.

To cite this article

Mukin DV, Larionov NV, Molchanovsky VM, Udin IN. Theoretical Description of Powder Delivery to Direct Laser Deposition Area. *Transactions of the Saint Petersburg State Marine Technical University*. 2025;4(3):347–354. DOI: 10.52899/24141437_2025_03_347 EDN: VKZIBF

ВВЕДЕНИЕ

В предыдущей работе авторов [1] было проведено теоретическое исследование доставки частиц порошка газовым потоком в зону прямого лазерного выращивания. Задача решалась в два этапа. Сначала путем решения уравнения Навье – Стокса, осредненного по Рейнольдсу, рассчитывалось поле скоростей газа, вырывающегося в ограниченное пространство, заполненное тем же газом. Далее интегрировалось уравнение движения частицы с учетом силы Стокса, обусловленной найденным полем. Таким образом удалось описать траектории частиц порошка в рабочей области.

В рассматриваемой задаче несущий газ, вырывающийся из трубочки или сопла в область, занятую тем же газом, представляет собой известную проблему затопленной струи. Эта проблема для случая несжимаемой жидкости, вырывающейся из начала координат в ту же жидкость, была решена Л.Д. Ландау [2]. Обобщение этого решения, а также его применение в некоторых прикладных технических задачах описано в [3, 4].

Учитывая сказанное выше, в данной работе будет рассмотрен полуаналитический подход для нахождения траекторий частиц порошка в задаче прямого лазерного выращивания. Аналитическая часть будет представлена явным решением для затопленной струи невязкой несжимаемой жидкости. Уравнение движения частицы в заданной струе, в режиме стоксового обтекания [5], будет интегрироваться численно.

Новизной представленной работы является применение точного решения уравнения Эйлера для конкретных параметров частиц порошка и газа-носителя, используемых в аддитивных технологиях.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ. ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦ ПОРОШКА В ЗАТОПЛЕННОЙ СТРУЕ НЕВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Поле скоростей идеальной жидкости

Для определенности будем говорить о трубчатых соплах. Направим ось z вдоль оси одной из трубочек, которая сама по себе может быть либо соплом, либо диффузором. Газ-носитель вырывается из трубочки в область, заполненную тем же газом. В этой постановке, для данной трубочки, задача является аксиально-симметричной. Поэтому поле скоростей газа $\mathbf{u}$, записанное в цилиндрической системе координат, имеет только две компоненты $\mathbf{u} = (u_r(r, z), u_z(r, z))$ и не зависит от полярного угла φ .

Для нахождения $\mathbf{u}$ нужно решить стационарное уравнение Навье – Стокса

$$(\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} - \frac{\eta}{\rho_0} \Delta \mathbf{u} = -\nabla \frac{p}{\rho_0}, \quad (1)$$

где ρ_0 — постоянная плотность, $p = p(r, z)$ — давление и η — динамическая вязкость.

Пренебрежем вязкостью, положив в (1) $\eta = 0$. В этом случае, как показано в [3], физически правильное решение уравнения (1) будет иметь вид

$$\begin{cases} u_r(r, z) = \frac{1}{z} \frac{D}{\xi \sqrt{1 + \xi^2}} (\sqrt{1 + \xi^2} - 1), \\ u_z(r, z) = \frac{1}{z} \frac{D}{\sqrt{1 + \xi^2}}, \end{cases} \quad (2)$$

где $\xi = r/z$ — автомодельная переменная, константа D определяет геометрию сопла: $D < 0$ — сужающаяся трубка тока — сопло; $D > 0$ — расширяющаяся трубка тока — диффузор.

Константа D определяется через полный поток массы Q [3], проходящий через поперечное сечение трубочки радиусом r_0 :

$$Q = 2\pi\rho_0 r_0 |D|. \quad (3)$$

Выражение для давления:

$$p(r, z) = p_{fit} - \frac{\rho_0}{z^2} \frac{D^2}{\xi^2 \sqrt{1 + \xi^2}} (\sqrt{1 + \xi^2} - 1), \quad (4)$$

где ρ_0 — плотность, p_{fit} — константа.

Решения (2)–(4) удовлетворяют уравнению Бернулли

$$\rho_0 \frac{u_r^2(r, z) + u_z^2(r, z)}{2} + p(r, z) = p_{fit}. \quad (5)$$

При этом для безграничного пространства выполняется условие потенциального течения $\nabla \times \mathbf{u} = 0$. И тогда p_{fit} одна для всех линий тока.

Граничные условия для решения (2) – (4):

$$\begin{cases} \lim_{r \rightarrow 0} \{u_r(r, z), u_z(r, z), p(r, z)\} = \left\{0, \frac{D}{z}, p_{fit} - \frac{D^2 \rho_0}{2z^2}\right\}, \\ \lim_{z \rightarrow \infty} \{u_x(r, z), u_z(r, z), p(r, z)\} = \{0, 0, p_{fit}\}. \end{cases} \quad (6)$$

Уравнение движения для частицы

Теперь выпишем уравнение движения для частицы порошка:

$$m_p \frac{d}{dt} \mathbf{v} = \mathbf{F}_D, \quad (7)$$

где $\mathbf{v}$ — вектор скорости частицы, m_p — масса частицы. Сила Стокса

$$\mathbf{F}_D = 6\pi\eta r_p \Phi \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{v}), \quad (8)$$

где r_p — радиус частицы, которая предполагается сферической, Φ — коэффициент, учитывающий поправки, зависящие от чисел M, Re, Kn [5–7].

Отметим, что сила (8), линейная по скорости, корректно описывает движения частиц при малых числах Рейнольдса. Оценку числа Рейнольдса для нашей задачи проведем ниже.

Перепишем (7) для удобства в цилиндрической системе координат:

$$\begin{cases} \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{1}{\tau_p} \left(u_r - \frac{dr}{dt} \right), \\ \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{1}{\tau_p} \left(u_z - \frac{dz}{dt} \right), \end{cases} \quad (9)$$

где u_r, u_z представлены формулами (2) и было введено характерное время для частицы согласно

$$\tau_p = \frac{2}{9\Phi} \frac{r_p^2 \rho_p}{\eta}, \quad (10)$$

где плотность частицы $\rho_p = m_p / \left(\frac{4\pi}{3} r_p^3 \right)$.

Характерные величины.

Свойство газа-носителя и частиц порошка

Введем следующие характерные для процесса прямого лазерного выращивания величины: L_0 — характерная длина, V_0 — характерная скорость, $T_0 = L_0 / V_0$ — характерное время.

Величине $L_0 = 1 \text{ см}$ будет соответствовать характерное расстояние от выхода из трубочки до рабочей зоны выращивания, а величине $V_0 = 10^3 \text{ см/с}$ — скорость потока газа-носителя на выходе из трубочки в направлении оси z . Таким образом, $T_0 = 10^{-3} \text{ с}$.

Характерный радиус трубочки $r_0 = 10^{-1} \text{ см}$. Характерное давление на выходе из трубочки $P_0 = 2 \cdot 10^5 \text{ Па} = 2 \cdot 10^6 \text{ г/см} \cdot \text{с}^2$.

В качестве газа-носителя выберем аргон. Тогда при $T = 300 \text{ К}$ и $p = P_0$ имеем: $\rho_g = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ г/см}^3$ — плотность, $\eta_g = 2,23 \cdot 10^{-4} \text{ г/см} \cdot \text{с}$ — динамическая вязкость.

Отсюда характерные значения полного потока массы (3) $Q_0 = \rho_g V_0 \pi r_0^2 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ г/с}$ и величины

$$D_0 = \frac{Q_0}{2\pi\rho_g r_0} = \frac{V_0 r_0}{2} = 0,5 \cdot 10^2 \text{ см}^2 / \text{с}.$$

В качестве материала для частиц порошка выберем сталь, типичные значения параметров которой равны: $r_p = 10^{-2} \text{ см}$ — средний радиус, $\rho_p = 7,8 \text{ г/см}^3$ — плотность.

Определив различные масштабы задачи, можно оценить числа Рейнольдса.

Отметим, что число Рейнольдса для газа внутри трубочки $Re_{in} = \rho_g V_0 r_0 / \eta_g = 0,7 \cdot 10^3$, т.е. поток носит промежуточный характер — где-то турбулентный, где-то ламинарный.

Для области между соплом и подложкой имеем $Re_{out} = \rho_g V_0 L_0 / \eta_g = 7 \cdot 10^3$, т.е. также имеем промежуточный характер для потока.

Рассчитаем число Рейнольдса для частицы в потоке газа-носителя: $Re_p = \rho_g V_0 r_p / \eta_g = 0,7 \cdot 10^2$. Таким образом, $Re_p \leq 10^2$. Это означает, что происходит ламинарное обтекание частицы. Что оправдывает использование силы Стокса в (7), пропорциональной первой степени скорости.

Безразмерные уравнения

Перепишем нужные нам уравнения в безразмерном виде, выразив все величины в единицах $(L_0, V_0, T_0, P_0, D_0)$.

Для поля скоростей идеальной жидкости и давления имеем

$$\begin{cases} \tilde{u}_r(\tilde{r}, \tilde{z}) = \frac{1}{\tilde{z}} \frac{\delta \cdot \tilde{D}}{\xi \sqrt{1+\xi^2}} (\sqrt{1+\xi^2} - 1), \\ \tilde{u}_z(\tilde{r}, \tilde{z}) = \frac{1}{\tilde{z}} \frac{\delta \cdot \tilde{D}}{\sqrt{1+\xi^2}}, \end{cases} \quad (2')$$

$$\tilde{p}(\tilde{r}, \tilde{z}) = \tilde{p}_{fit} - \frac{B}{\tilde{z}^2} \frac{\delta^2 \cdot \tilde{D}^2}{\xi^2 \sqrt{1+\xi^2}} (\sqrt{1+\xi^2} - 1), \quad (4')$$

$$\text{где} \quad \left(\tilde{u}_r = \frac{u_r}{V_0}, \tilde{u}_z = \frac{u_z}{V_0} \right), \quad \tilde{p} = \frac{p}{P_0}, \tilde{p}_{fit} = \frac{p_{fit}}{P_0},$$

$$\left(\tilde{r} = \frac{r}{L_0}, \tilde{z} = \frac{z}{L_0} \right) \text{ и введены следующие безразмерные}$$

$$\text{величины: } \tilde{D} = \frac{D}{D_0} = \frac{2D}{V_0 r_0}, \quad B = \frac{\rho_g V_0^2}{P_0} = 0,8 \cdot 10^{-3},$$

$$\delta = \frac{r_0}{2L_0}.$$

Уравнение движения для частицы порошка примет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{d^2 \tilde{r}}{d\tilde{t}^2} = \gamma \left(\tilde{u}_r - \frac{d\tilde{r}}{d\tilde{t}} \right), \\ \frac{d^2 \tilde{z}}{d\tilde{t}^2} = \gamma \left(\tilde{u}_z - \frac{d\tilde{z}}{d\tilde{t}} \right), \end{cases} \quad (9')$$

где $\tilde{t} = t / T_0$ — безразмерное время

$$\text{и } \gamma = \frac{T_0}{\tau_p} = \frac{9}{2} \frac{\eta L_0}{V_0 r_p^2 \rho_p} \Phi = (1,25 \cdot 10^{-3}) \Phi.$$

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Поле скоростей газа-носителя

Вначале построим линии тока векторного поля $\tilde{u}(\tilde{x}, \tilde{z}) = (\tilde{u}_r(\tilde{x}, \tilde{z}), \tilde{u}_z(\tilde{x}, \tilde{z}))$, где $\tilde{x} \equiv \tilde{r}$.

Будем считать, что трубочка представляет собой диффузор, т.е. $\tilde{D} > 0$. В этом случае поток движется вдоль оси z ($\tilde{u}_z > 0$) и линии тока расходятся от нее ($\tilde{u}_r > 0$).

Для исключения расходимости начало отсчета по оси струи сместим вглубь трубочки: $\tilde{z} \rightarrow \tilde{z} + a$, где $a > 0$.

Пусть газ-носитель вырывается из трубочки радиусом $\tilde{r}_0 = 0,15$. Расстояние от трубочки до рабочей поверхности равно $(\tilde{z}_2 - \tilde{z}_1) = 3$, где $\tilde{z}_1 = 0$ — координата выхода газа из трубочки, а значение $\tilde{z}_2 = 3$ соответствует рабочей поверхности.

Выберем следующие значения коэффициентов: $\tilde{D} = 10$, $\delta = 0,05$.

На рис. 1 построен график поля скоростей газа-носителя.

Значение скорости газа на оси на выходе из трубочки равно $(\tilde{u}_r(0, \tilde{z}_1) = 0, \tilde{u}_z(0, \tilde{z}_1) = 0,5)$, а на рабочей поверхности — $(\tilde{u}_r(0, \tilde{z}_2) = 0, \tilde{u}_z(0, \tilde{z}_2) = 0,125)$, т.е. компонента скорости $\tilde{u}_z$ уменьшается.

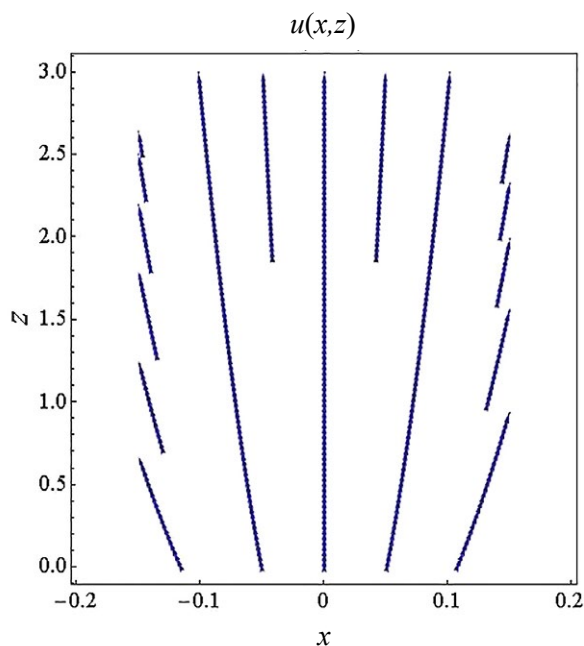


Рис. 1. Векторное поле скоростей газа-носителя $\tilde{u}(\tilde{x}, \tilde{z})$.

Fig. 1. Vector field of carrier gas velocities $\tilde{u}(\tilde{x}, \tilde{z})$.

Траектории частиц

Теперь рассмотрим траектории частиц порошка, вылетающих из трубочки.

На рис. 2, а показаны траектории частиц с разными начальными значениями поперечной координаты $\tilde{x}_1$:

$\pm 0,15$ — зеленые линии, $\pm 0,1$ — синие линии, $\pm 0,05$ — красные линии. Начальные скорости частиц совпадают со скоростью самого потока на выходе из трубочки — $v(t=0) = u(\tilde{x}_1, \tilde{z}_1 = 0) \equiv u(\tilde{x}_1)$:
 $u(\tilde{x}_1 = \pm 0,05) = (0,012; 0,499)$,
 $u(\tilde{x}_1 = \pm 0,1) = (0,024; 0,497)$,
 $u(\tilde{x}_1 = \pm 0,15) = (0,036; 0,494)$.

Траектории частиц естественным образом повторяют расширяющуюся трубку тока.

На рис. 2, б построены траектории частиц с теми же начальными координатами, что и на рис. 2, а, но начальные скорости у всех частиц одинаковы и равны $v(t=0) = u(\tilde{x}_1 = \pm 0,05) = (0,012; 0,499)$.

Такое одинаковое задание начальных скоростей частиц, ведущее к меньшему разбросу поперечной компоненты скорости, обеспечивает лучшую фокусировку пучка.

Для всех расчетов величина Φ [см. текст после формулы (9')] бралась равной единице [5].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе с помощью аналитического решения уравнения Эйлера исследована зависимость траекторий частиц порошка от распределения скорости газа-носителя на выходе из трубочки.

Для частиц порошка были выбраны параметры, типичные для стали, а газ-носитель представлен аргонном. Результаты расчетов показали естественное, с поправкой на силу Стокса, совпадение траекторий частиц с линиями тока газа-носителя. Показана зависимость расходимости пучка частиц от распределения поперечной компоненты скорости газа на выходе из трубочки.

Для понимания возможности дальнейшего обобщения используемого подхода на систему трубочек необходимо провести сравнения с численными расчетами, а также с некоторыми экспериментальными данными.

Возможно, будет необходимо задействовать аналитическое решение Ландау для уравнения Навье – Стокса [2, 3], а также выйти за рамки приближения Стокса в уравнении движения для частиц. На это косвенно указывает как оцененное выше значение числа Рейнольдса $Re_{out} = 7 \cdot 10^3$ [8], так и предварительные расчеты, дающие очень слабую зависимость траектории частицы от ее размера.

В конце отметим, что нами уже применялся аналитический подход, связанный с затопленной струей Ландау [9, 10], позволивший качественно описать плазменный факел при лазерной сварке с глубоким проплавлением.

Однако, возвращаясь к оценкам числа Рейнольдса и учитывая ограниченность пространства, добавим, что количественное описание рассматриваемых процессов, скорее всего, возможно только при использовании стохастических уравнений гидродинамики [1, 11, 12].

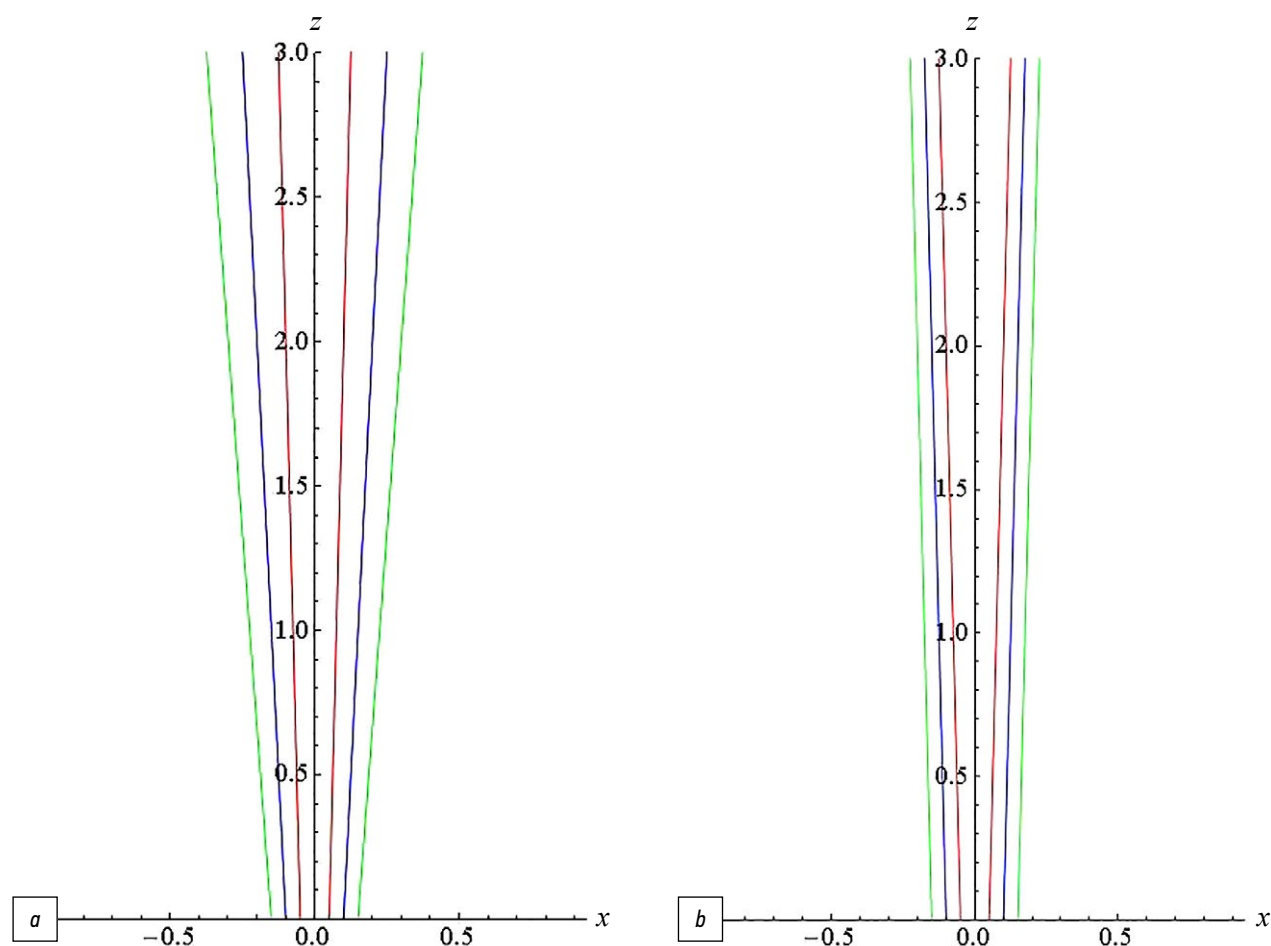


Рис. 2. Траектории частиц порошка, вылетающих из трубки: *a* — разные начальные значения поперечной компоненты $\tilde{x}_1$ и соответствующие скорости; *b* — разные начальные значения поперечной компоненты $\tilde{x}_1$ и одинаковые начальные скорости.

Fig. 2. Powder trajectories for particles ejected from a tube. *a*, different initial values of the transverse component $\tilde{x}_1$ and corresponding velocities; *b*, different initial values of the transverse component $\tilde{x}_1$ and the same initial velocities.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Вклад авторов. Все авторы внесли существенный вклад в разработку концепции, разработку физической и математической модели и подготовку статьи, прочли и одобрили финальную версию перед публикацией.

Источники финансирования. Авторы заявляют об отсутствии внешнего финансирования при проведении исследования.

Конфликт интересов. Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Генеративный искусственный интеллект. При создании настоящей статьи технологии генеративного искусственного интеллекта не использовались.

Рассмотрение и рецензирование. Настоящая работа подана в журнал в инициативном порядке и рассмотрена по обычной процедуре. В рецензировании участвовали один рецензент, член редакционной коллегии и научный редактор издания.

ADDITIONAL INFORMATION

Author contributions: All authors made substantial contributions to the conceptualization, calculation of a physical and mathematical model, and manuscript preparation and reviewed and approved the final version prior to publication.

Funding sources: No funding.

Disclosure of interests: The authors have no relationships, activities, or interests for the last three years related to for-profit or not-for-profit third parties whose interests may be affected by the content of the article.

Generative AI: No generative artificial intelligence technologies were used to prepare this article.

Provenance and peer review: This paper was submitted unsolicited and reviewed following the standard procedure. The peer review process involved one reviewer, a member of the editorial board, and the in-house scientific editor.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Stankevich S., Larionov N., Valdaytseva E. Numerical Analysis of Particle Trajectories in a Gas-Powder Jet during the Laser-Based Directed Energy Deposition Process // *Metals*. 2021. Vol. 11, № 12. 2002. doi: 10.3390/met11122002 EDN: TKNWCS
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: в 10 т. Т. 6: Гидродинамика. М.: Физматлит, 2021.
3. Броман Г.И., Руденко О.В. Затопленная струя Ландау: точные решения, их смысл и приложения // *Успехи физических наук*. 2010. Т. 180, № 1. С. 97. doi: 10.3367/UfNr.0180.201001f.0097 EDN: LKFJRH
4. Артышев С.Г. Обобщение решения Ландау о затопленной струе // *Теоретическая и математическая физика*. 2016. Т. 186. № 2. С. 181–190. doi: 10.1134/S0040577916020021 EDN: VQORPV
5. Гродзовский Г.Л. О движении мелких частиц в газовом потоке // *Ученые записки ЦАГИ*. 1974. Т. 5, № 2. С. 80–89.
6. Бусройд Р. Течение газа со взвешенными частицами. М.: Мир, 1975.
7. Жежерин Р.П., Кузнецов Ю.Е., Чернов Ю.П. Некоторые примеры точного решения задачи о движении мелкой частицы в газовом потоке // *Ученые записки ЦАГИ*. 1979. Т. 10, № 5. С. 109–112.
8. Dmitrenko A.V. Determination of critical Reynolds number in the jet based on the theory of stochastic equations and equivalence of measures // *J. Phys. Conf. Ser.* 2020. Vol. 1705. doi: 10.1088/1742-6596/1705/1/012015 EDN: QIGGQL
9. Туричин Г.А., Григорьев А.М., Земляков Е.В. и др. Особенности формирования плазменного факела при гибридной лазерно-дуговой сварке // *Теплофизика высоких температур*. 2006. Т. 44, № 5. С. 655–663. doi: 10.1007/s10740-006-0079-y EDN: HVJWB
10. Дудолодов С.О., Ларионов Н.В. Условие применения интеграла Крокко при математическом описании плазменного факела при лазерной сварке // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки*. 2021. Т. 14, № 3. С. 63–78. doi: 10.18721/JPM.14305 EDN: BYXAYI
11. Dmitrenko A.V. Stochastic Equations of Hydrodynamic Theory of Plasma // *Fluids*. 2024. Vol. 9, № 6. doi: 10.3390/fluids9060139 EDN: UAHDFW
12. Dmitrenko A.V., Selivanov A.S. An estimation of the velocity profile for the laminar-turbulent transition in the plane jet on the basis of the theory of stochastic equations and equivalence of measures // *Adv. Aerodyn.* 2022. Vol. 4, № 40. doi: 10.1186/s42774-022-00130-0 EDN: WYKADK

REFERENCES

1. Stankevich S., Larionov N., Valdaytseva E. Numerical Analysis of Particle Trajectories in a Gas-Powder Jet during the Laser-Based Directed Energy Deposition Process. *Metals*. 2021. Vol. 11, № 12. 2002. doi: 10.3390/met11122002 EDN: TKNWCS
2. Landau LD, Lifshits EM. *Theoretical Physics: in 10 vols. Vol. 6: Hydrodynamics*. Moscow: Fizmatlit; 2021. (In Russ.)
3. Broman GI, Rudenko OV. Submerged Landau jet: exact solutions, their meaning and applications. *Physics-Uspekhi*. 2010;180(1):97. doi: 10.3367/UfNr.0180.201001f.0097 EDN: LKFJRH
4. Artyshchev SG. Generalization of Landau's solution on a submerged jet. *Theoretical and Mathematical Physics*. 2016;186(2):181–190. doi: 10.1134/S0040577916020021 EDN: VQORPV
5. Grodzovsky GL. On the movement of small particles in a gas flow. *Uchenye zapiski TsAGI*. 1974;5(2):80–89.
6. Busroyd R. *Gas flow with suspended particles*. Moscow: Mir; 1975. (In Russ.)
7. Zhezherin RP, Kuznetsov YuE, Chernov YuP. Some examples of the exact solution of the problem of the motion of a small particle in a gas flow. *Uchenye zapiski TsAGI*. 1979;10(5):109–112.
8. Dmitrenko AV. Determination of critical Reynolds number in the jet based on the theory of stochastic equations and equivalence of measures. *J. Phys. Conf. Ser.* 2020;1705. doi: 10.1088/1742-6596/1705/1/012015 EDN: QIGGQL
9. Turichin GA, Grigoriev AM, Zemlyakov EV et al. Features of plasma torch formation in hybrid laser-arc welding. *High Temperature Thermal Physics*. 2006;44(5):655–663. doi: 10.1007/s10740-006-0079-y EDN: HVJWB
10. Dudoladov SO, Larionov NV. Condition for application of the Crocco integral in the mathematical description of a plasma torch in laser welding. *Nauchno-tekhnicheskie ведомosti SPbGPU. Fiziko-matematicheskie nauki*. 2021;14(3):63–78. (In Russ.) doi: 10.18721/JPM.14305 EDN: BYXAYI
11. Dmitrenko AV. Stochastic Equations of Hydrodynamic Theory of Plasma. *Fluids*. 2024;9(6). doi: 10.3390/fluids9060139 EDN: UAHDFW
12. Dmitrenko AV, Selivanov AS. An estimation of the velocity profile for the laminar-turbulent transition in the plane jet on the basis of the theory of stochastic equations and equivalence of measures. *Adv. Aerodyn*. 2022;4(40). doi: 10.1186/s42774-022-00130-0 EDN: WYKADK

ОБ АВТОРАХ

* **Мукин Дмитрий Вячеславович**,
специалист, Институт лазерных и сварочных
технологий, Санкт-Петербургский государственный
морской технический университет;
адрес: 198262, Санкт-Петербург, пр. Маршала Жукова, 38-а;
eLibrary SPIN: 7660-7455;
e-mail: mukin@ilwt.smtu.ru

Ларионов Николай Владимирович,
канд. физ.-мат. наук, доцент, заведующий кафедрой физики,
Санкт-Петербургский государственный морской
технический университет;
eLibrary SPIN: 7181-9757;
e-mail: larionov.nickolay@gmail.com

AUTHORS' INFO

* **Dmitriy V. Mukin**,
specialist, Institute of laser and welding technologies,
Saint Petersburg State Marine Technical University;
address: 38-a Marshala Zhukova Ave,
Saint Petersburg, Russia, 198262;
eLibrary SPIN: 7660-7455;
e-mail: mukin@ilwt.smtu.ru

Nukolay V. Larionov,
Cand. Sci. (Physics and Mathematics), Assistant Professor,
Head of the Department of Physics, Saint Petersburg State Marine
Technical University;
eLibrary SPIN: 7181-9757;
e-mail: larionov.nickolay@gmail.com

Молчановский Василий Максимович,

ассистент, кафедра физики, Санкт-Петербургский
государственный морской технический университет;
eLibrary SPIN: 2618-9594;
e-mail: molchanovskiy@gmail.com

Юдин Илья Николаевич,

специалист, Институт лазерных и сварочных технологий,
Санкт-Петербургский государственный морской
технический университет;
eLibrary SPIN: 3877-3528;
e-mail: youdin@ilwt.smtu.ru

Vasiliy M. Molchanovsky,

assistant, Department of Physics, Saint Petersburg
State Marine Technical University;
eLibrary SPIN: 2618-9594;
e-mail: molchanovskiy@gmail.com

Ilia N. Udin,

specialist, Institute of Laser and Welding Technologies,
Saint Petersburg State Marine Technical University;
eLibrary SPIN: 3877-3528,
e-mail: youdin@ilwt.smtu.ru

* Автор, ответственный за переписку / Corresponding author