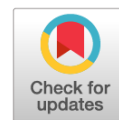


Научный обзор

УДК 629.124

DOI: https://doi.org/10.52899/24141437_2025_03_327

EDN: MOPIIF



Обзор методов численного моделирования скоростного ледового сопротивления

М.А. Бережная, Н.В. Тряскин, С. Юй, Б. Чжао

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет, Санкт-Петербург, Россия

АННОТАЦИЯ

Стремительное развитие судоходства в арктическом регионе создает повышенную потребность в специализированных судах высокого ледового класса, приводит к поиску новых и совершенствованию существующих методов моделирования движения судов в ледовых условиях. Составление математической модели взаимодействия судна со льдом является сложной задачей с точки зрения моделирования свойств льда и единого верного подхода в выборе модели льда не существует, но предлагается большое количество методов, способных решить с достаточной точностью определенные задачи. Известные на сегодняшний день методы численного моделирования взаимодействия судна и льда, несмотря на свою эффективность, имеют существенные ограничения, связанные с высокой вычислительной стоимостью и ограниченной точностью, что определяет актуальность их дальнейшего совершенствования. Поиск оптимальных комбинаций различных численных методов и повышение эффективности вычислительных процессов становится ключевым направлением исследований для повышения безопасности и экономической эффективности арктического судоходства. Проведен комплексный анализ и систематизация существующих методов численного моделирования взаимодействия судна со льдом, а также определение перспективных направлений их совершенствования для повышения эффективности арктического судоходства. Данный обзор включает сравнительный анализ преимуществ и недостатков каждого метода (DEM, FEM, SEM, SPH, PD, LBM), а также оценку их применимости для решения конкретных задач моделирования взаимодействия судна со льдом. В ходе работы рассмотрены следующие аспекты применения методов: вычислительная эффективность, точность моделирования процессов, области оптимальной применимости. Систематизированы основные методы численного моделирования взаимодействия судна со льдом; выявлены общие характеристики всех рассмотренных методов; определены ключевые направления совершенствования существующих подходов; сформулированы рекомендации по определению ледового сопротивления и перечислены программные пакеты для реализации методов моделирования; установлена необходимость дальнейших исследований в области оптимизации вычислительных процессов и повышения точности моделирования взаимодействия судов со льдом. В обзоре сформулированы рекомендации по выбору метода моделирования движения судна во льду. Однако все существующие методы имеют свои ограничения, что приводит к необходимости их развития: разработка комбинированных подходов, оптимизация вычислительных процессов.

Ключевые слова: численное моделирование; ледовое сопротивление; метод конечных элементов; метод дискретных элементов; метод когезионных элементов; метод гидродинамики сглаженных частиц; метод пиродинамике; метод решеточного Больцмана.

Как цитировать

Бережная М.А., Тряскин Н.В., Юй С., Чжао Б. Обзор методов численного моделирования скоростного ледового сопротивления // Труды Санкт-Петербургского государственного морского технического университета. 2025. Т. 4, № 3. С. 327–340. DOI: 10.52899/24141437_2025_03_327 EDN: MOPIIF

Review

DOI: https://doi.org/10.52899/24141437_2025_03_327

EDN: MOPIIF

Methods of Numerical Modeling of High-Velocity Ice Resistance: A Review

Mariya A. Berezhnaya, Nikita V. Tryaskin, Xinyan Yu, Bowen Zhao

Saint Petersburg State Marine Technical University, Saint Petersburg, Russia

ABSTRACT

The rapid development of shipping in the Arctic region has increased the demand for special ice-class vessels, leading to the search for new and improved methods for modeling ship movement in ice conditions. Developing a mathematical model of ship-ice interaction is a complex task due to the challenges in simulating ice properties and there is no single universally accepted approach to ice modeling. However, numerous methods are available that can solve specific problems with sufficient accuracy. Despite their effectiveness, known numerical modeling methods for ship-ice interaction have significant limitations related to high computational costs and limited accuracy, highlighting the need for further improvement. The search for optimal combinations of different numerical methods and improving computational efficiency has become a key research area to improve the safety and cost efficiency of Arctic shipping. To conduct a comprehensive analysis of and systematize existing numerical modeling methods for ship-ice interaction and identify promising areas for their improvement to improve the efficiency of Arctic shipping. The review includes a comparative analysis of the advantages and disadvantages of each method (DEM, FEM, CEM, SPH, PD, and LBM) and an assessment of their applicability for solving specific ship-ice interaction modeling problems. The following aspects of method application were examined: computational efficiency, simulation accuracy, and optimal applications. The authors systematized the main numerical modeling methods for ship-ice interaction; identified common characteristics of all studied methods; determined key areas for improving existing approaches; developed recommendations for determining ice resistance, and made a list of software packages to implement modeling methods. The study highlights the need for further research in optimizing computational processes and improving the accuracy of ship-ice interaction modeling. This review provides recommendations for selecting a method to model ship movement in ice. However, all existing methods have their limitations, necessitating further development, including the development of combined approaches and the improvement of computational processes.

Keywords: numerical modeling; ice resistance; finite element method; discrete element method; cohesive element method; smoothed particle hydrodynamics method; peridynamics method; lattice Boltzmann method.

To cite this article

Berezhnaya MA, Tryaskin NV, Yu X, Zhao B. Methods of Numerical Modeling of High-Velocity Ice Resistance: A Review. *Transactions of the Saint Petersburg State Marine Technical University*. 2025;4(3):327–340. DOI: 10.52899/24141437_2025_03_327 EDN: MOPIIF

Submitted: 20.06.2025

Accepted: 21.07.2025

Published online: 22.09.2025

ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день существует три основных подхода к исследованию вопросов, связанных с движением судов в ледовых условиях: эмпирические методы, основанные на экспериментальных данных, для решения задач взаимодействия судна со льдом; методы численного моделирования, описывающие динамику взаимодействия судна и льда на основе уравнений движения судна; аналитические методы. Многие исследователи комбинируют эти подходы для устранения ограничений каждого из них [1].

Несмотря на то, что данные о ледовом сопротивлении, полученные в ходе натурного эксперимента [2–5], являются полными, диапазон параметров достаточно узок. Поэтому при обработке натурных данных достаточно сложно судить о влиянии различных параметров на ледопроницаемость. Модельные испытания в ледовых бассейнах также считаются надежными [6–10]. Однако и те и другие достаточно строги в отношении используемого оборудования и экспериментальных установок. Аналитические методы обычно основаны на многочисленных допущениях и упрощениях, например, формы тела и модели льда [11–13]. Математический эксперимент обладает определенными преимуществами перед физическим (натурными испытаниями): меньшая стоимость и независимость от периода проведения модельных испытаний. При использовании численного моделирования все используемые параметры могут быть скорректированы согласно требованиям. Кроме того, можно проследить чувствительность получаемых результатов в зависимости от изменения характеристик сред. В отличие от экспериментальных и аналитических методов численные более упрощенно распространяются на различные конфигурации тела.

Выделяют следующие методы численного моделирования, используемые при моделировании взаимодействия корпуса судна со льдом: метод дискретных элементов (discrete element method, DEM), метод конечных элементов (finite element method, FEM), метод когезионных элементов (cohesive element method, CEM), метод гидродинамики сглаженных частиц (smoothed particle hydrodynamics, SPH), метод перидинамики (peridynamics, PD), метод решеточного Больцмана (lattice Boltzmann method, LBM).

Общим недостатком всех вышеперечисленных моделей является их высокая вычислительная стоимость. Кроме того, точность некоторых численных методов ограничена в определенных условиях, например, в рамках моделей сплошной среды могут возникать проблемы с сингулярностью производных на поверхности и в вершинах трещин.

МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ (FEM)

Метод конечных элементов – относительно зрелый метод, который реализован в различном программном обеспечении для решения задач механики сплошных сред. Основной задачей метода является построение

корректной механической модели и выбор соответствующей реологической модели морского льда. Примеры реологических моделей, разработанных на основе трехмерной упругопластической теории: модель материала льда S-2 [14], описывающая как сплошной, так и битый лед; модель льда для экспериментальных масштабов, предназначенная для лабораторных исследований; анизотропная модель повреждений, способная моделировать хрупкое разрушение льда.

Для повышения точности моделирования взаимодействия судна со льдом в FEM были интегрированы некоторые алгоритмы моделирования жидкостей, такие как метод Эйлера-Лагранжа [15] и Эйлера-консольный метод [16]. Кроме того, в последние годы адаптивный подход к FEM в сочетании с SPH считается эффективным методом моделирования взаимодействия морских сооружений со льдом [17]. Эта методика позволяет конвертировать конечные элементы в частицы в зависимости от заданных условий. На рис. 1 представлены результаты численного моделирования, на которых видно образование накопленного льда в носовой части судна, а также различия, возникающие в зависимости от формы судна.

Ким и др. [9, 18] получили сопротивление грузового судна, идущего по каналу с битым льдом, расчет произведен в программном обеспечении (ПО) LS-DYNA. Результаты показали хорошее согласование между модельными испытаниями в ледовом бассейне и численным моделированием.

Исследование нагрузок, возникающих на корпусе авианосца, движущегося в узком канале, рассмотрено в [19]. В данной статье на основе SPH-FEM создана численная имитационная модель соединения лед-вода-корабль, которая реализует моделирование скольжения дробленого льда вдоль корпуса после прорыва ледового канала.

В [20] рассмотрены льдины со случайным распределением размера, толщины и формы. Результаты показали, что с увеличением сплоченности льда и скорости движения судна возрастает сила удара льда. Численные и экспериментальные результаты хорошо согласуются с точки зрения средней ледовой нагрузки, за исключением малых скоростей при сплоченности 80%.

Оценка достоверности расчета движения судна во льдах различной сплоченности методом FEM дает удовлетворительное согласие между численным моделированием и экспериментами данными с точки зрения как наблюдаемых явлений, так и количественных значений.

МЕТОД ДИСКРЕТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ (DEM)

Метод DEM сформулирован И. Кандаллом и И. Стрэком [21, 22], он позволяет моделировать и анализировать динамические характеристики плавучего и битого льда, а также описывать структуру льда в микромасштабе и моделировать разрушение льда в процессе взаимодействия

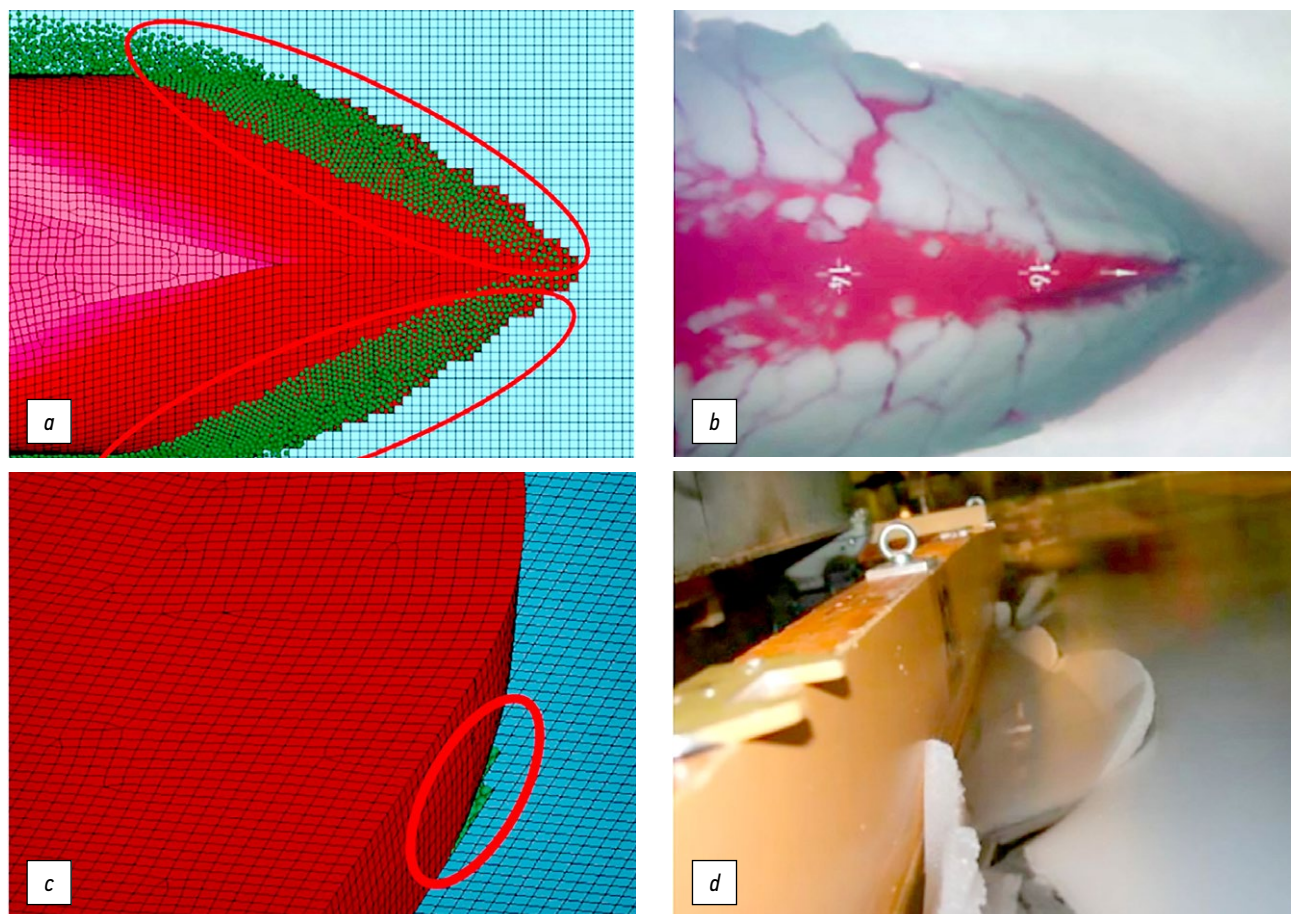


Рис. 1. Накопление обломков льда в носовой и боковой частях ледокола при взаимодействии со сплошным льдом [17]: *a, c* — численное моделирование, *b, d* — эксперимент.

Fig. 1. Accumulation of ice debris in the bow and lateral parts of an icebreaker when interacting with solid ice [17]: *a, c*, numerical modeling; *b, d*, experiment.

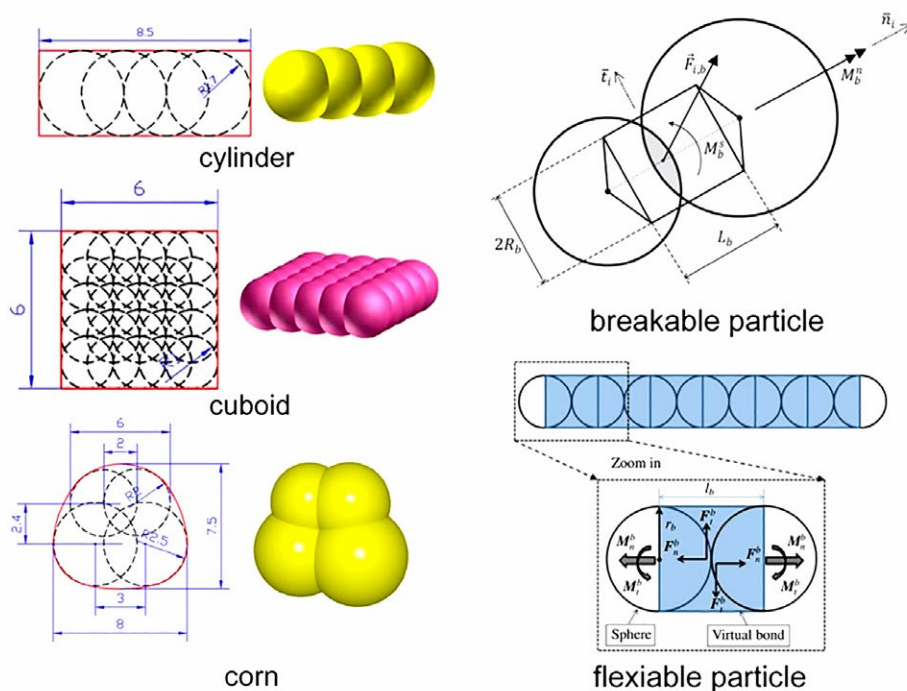


Рис. 2. Базовая модель сферических частиц метода дискретных элементов [23].

Fig. 2. Basic model of spherical particles (discrete element method) [23].

судна со льдом. Такие частицы соединены связями, которые заданы прочностью на растяжение и сдвиг (рис. 2). Во время моделирования рассчитываются напряжения растяжения и сдвига между частицами, при превышении предела прочности происходит разрыв связи.

Несмотря на простоту реализации, DEM требует дальнейшего развития для улучшения описания вращения и скольжения частиц. Это особенно важно для точного моделирования сложных сценариев взаимодействия льда с судном, в которых важную роль играют вращательные и касательные движения частиц льда. Поскольку лед дискретизируется на большое количество частиц, DEM требует больших вычислительных затрат и времени, особенно при моделировании крупномасштабных ледяных покровов. Дискретный масштаб частиц льда оказывает большое влияние на результаты моделирования. Если масштаб частиц слишком велик, невозможно отразить детальный процесс разрушения льда; если масштаб слишком мал, вычислительные затраты резко возрастают.

В численном моделировании большой проблемой является создание хрупкого сплошного льда на свободной поверхности (рис. 3). В [24] авторы частично решают эту проблему с использованием одностороннего сопряжения метода вычислительной гидродинамики и дискретных элементов. Наблюдается процесс распространения радиальных и кольцевых ледяных трещин.

СОВМЕСТНАЯ МОДЕЛЬ FEM – DEM

Использование совместной модели позволяет комбинировать преимущества каждой из них при моделировании взаимодействия судна и льда. FEM хорошо справляется с описанием деформаций льда, включая его упругие и пластические изменения при взаимодействии с корпусом судна. DEM позволяет моделировать процессы разрушения льда и поведение его отдельных фрагментов после раскола, что особенно полезно при моделировании дробления и перемещения льдин. Такой совместный подход обеспечивает непрерывный переход от сплошной среды к дискретным элементам, что позволяет более точно описывать полный процесс разрушения льда и его взаимодействие с судном (рисунок 4).

Для повышения эффективности вычислений в совместной модели применяется мультишаговый подход во времени и пространстве. Этот подход позволяет решать задачу с разными шагами по времени для различных частей расчётной области, избегая постоянного использования слишком мелких временных шагов, что могло бы значительно снизить производительность.

При применении правильных критериев разрушения во время моделирования движения судна во льду можно определить, должно ли оно вызвать разрушение льда или нет. Таким образом, моделирование DEM можно

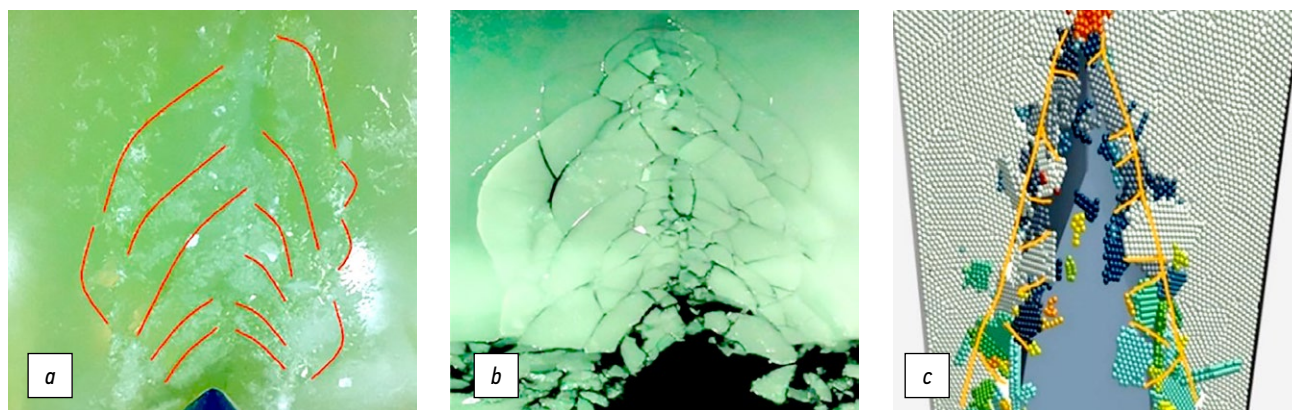


Рис. 3. Сравнение ледовых повреждений между модельными испытаниями [24]: *a, b* — эксперимент, *c* — численное моделирование.
Fig. 3. Comparison of ice damage between model tests [24]: *a, b*, experiment; *c*, numerical modeling.

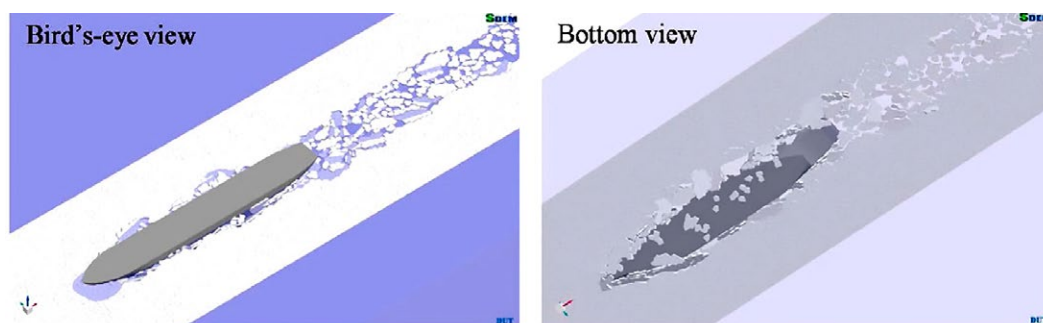


Рис. 4. Моделирование навигации судна в плоском льду с помощью FEM – DEM [26].
Fig. 4. Modeling of ship navigation in flat ice using FEM–DEM [26].

улучшить, включив в него разлом льда, тем самым охватив случаи движения судов как в мелких льдинах, так и в крупных. В [25] отмечается удовлетворительное использование подобного подхода при моделировании движения ледокольного конуса с различными углами наклона и носовой части ледокольного судна в различных ледовых условиях, частицы DEM моделируются как сферические. Пример моделирования частиц многогранниками методом DEM рассмотрено в [26].

Поток жидкости может влиять на силу взаимодействия между судном и битым льдом [27]:

- вызывая движение кусков битого льда через кильватерную и носовую волны судна;
- ускоряя и демпфируя движение льда;
- воздействуя на распределение напряжения внутри льдины;
- влияя на контакты между скользящими кусками льда и корпусом корабля, тем самым изменяя общее сопротивление.

Эти факторы влияют, в том числе, на оценку сопротивления местных ледовых нагрузок. Большинство существующих моделей учитывают влияние потока жидкости довольно упрощенно, как правило, с эмпирически добавленными коэффициентами массы и сопротивления, которые не способны отразить гидродинамику корабля. К более сложным методам моделирования относятся LBM и CFD. Первый может моделировать поток, вызванный судном. По сравнению со стандартным CFD, LBM гораздо реже применяется для решения гидродинамических задач судов и не прошел валидацию. Исключение потоков жидкости может существенно повлиять на прогноз ледового сопротивления [28], поскольку судовое течение может оттеснить лед в сторону, что значительно уменьшит сопротивление. Результаты моделирования некоторых моделей [27] несколько выше результатов эксперимента, что, возможно, связано с исключением эффекта обтекания. Поэтому предлагается совмещать DEM с CFD для получения более надежных результатов.

Далее будут рассмотрены исследования, в которых моделирование льда выполнялось с помощью метода дискретных элементов, а поток с помощью CFD.

Моделирование движения корабля в плавучих льдинах рассмотрено в работе [28], использованы алгоритмы распределения льдин, написанные в MatLab, с помощью которых генерируются естественные поля и внедряются в модель CFD&DEM. Моделирование движения корабля в открытой воде и метод DEM реализованы в программном обеспечении STAR-CCM+. Авторы выделяют две основные особенности естественного распределения льдин: льдины представляют собой смесь разных размеров и местоположение каждой льдины должно быть определено случайным образом. Битый лед моделируется дискообразными частицами. В результате авторами получены данные по сопротивлению, отличающиеся не более чем на 10% от эксперимента с использованием синтетического льда.

Tsarau, A., Loset, S. [29] исследовали взаимодействие океанского течения при наличии битого льда на сооружение. Авторы используют модель потенциального потока для прогнозирования движения льда вверх по потоку от сооружения и метод вихревых элементов используется для моделирования вихревых потоков, переносящих битый лед вниз по течению в следе. Лед рассматривается либо как ансамбль дискретных твердых тел, либо как совокупность частиц, взвешенных на поверхности воды. Разработанная модель не проходит валидацию, основным достижением является качественное совпадение результатов моделирования с наблюдениями, полученными в ходе испытаний в ледовых бассейнах. Моделирование ледяной крошки многогранниками частицами рассмотрено в [30], однако данная работа показывает только возможность моделирования взаимодействия судна с битым льдом, результаты не сравниваются с физическими измерениями.

Применение формулировки Эйлера-Лагранжа рассмотрено в работах [9, 20]. Поток жидкости моделируется с использованием эйлеровой формулировки, в то время как структура льда считается лагранжевой. В [9] лед моделируется поэлементно в форме прямоугольного треугольника как твердое тело (рисунок 5). Наблюдается хорошее согласование между численными и экспериментальными результатами как качественное, так и количественное.

Важность выбора формы битого льда при численной оценке ледопроеходимости подчеркивается в [31] (рис. 6). Авторами рассчитано суммарное ледовое сопротивление, рассмотрено три модели контакта судна со льдом. Максимальная погрешность общего сопротивления находится в пределах 5,5%.

Также оценка влияния скорости модели и сплоченности льда на ледопроежимость оценивается в работе [32]. В указанной работе материал льда определен как упругий, лед моделируется прямоугольниками. По результатам моделирования процентное отклонение математического эксперимента от физического не превышает 15%.

Влияние случайного и фиксированного распределения плавучего льда при его различных концентрациях (рис. 7) рассмотрено в [33], авторами сделаны выводы о том, что случайное распределение плавучего льда имеет большее сходство и лучшую точность, чем фиксированное распределение.

Сопротивление ледоходу в ледовых условиях с применением DEM и CFD методов исследуется в [34]. Изучено сопротивление судна, идущего по полям битого льда в масштабе модели с учетом силы трения битого льда, а также сопротивления вод и гидродинамической силы битого льда. Ошибка между результатами численного моделирования и результатами испытаний составляет менее 5%. Исследовано и подтверждено влияние коэффициента трения судна о лед, толщины льда, формы льда, ширины канала битого льда и концентрации льда на сопротивление судна.

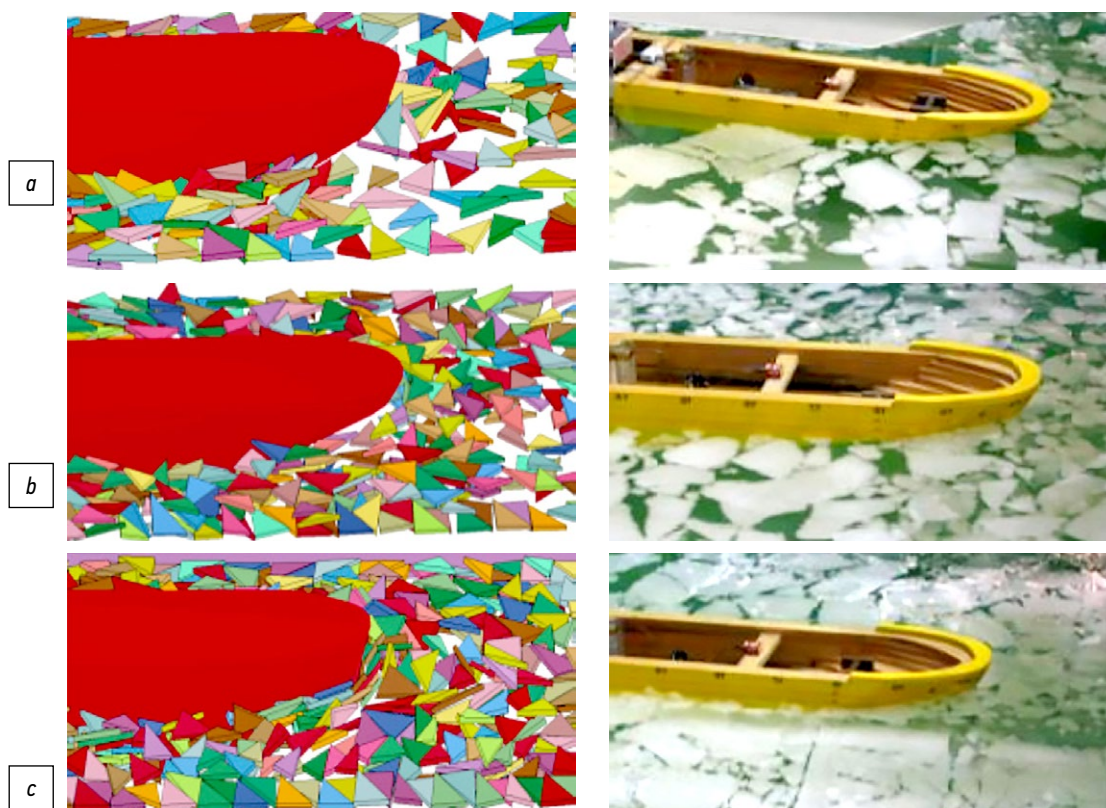


Рис. 5. Численная модель корабля в сравнении с модельным экспериментом при различной сплоченности льда [9]: *a* — 60%, *b* — 80%, *c* — 90%.
Fig. 5. Numerical ship model compared to a model experiment with different ice concentrations [9]: *a*, 60%; *b*, 80%; *c*, 90%.

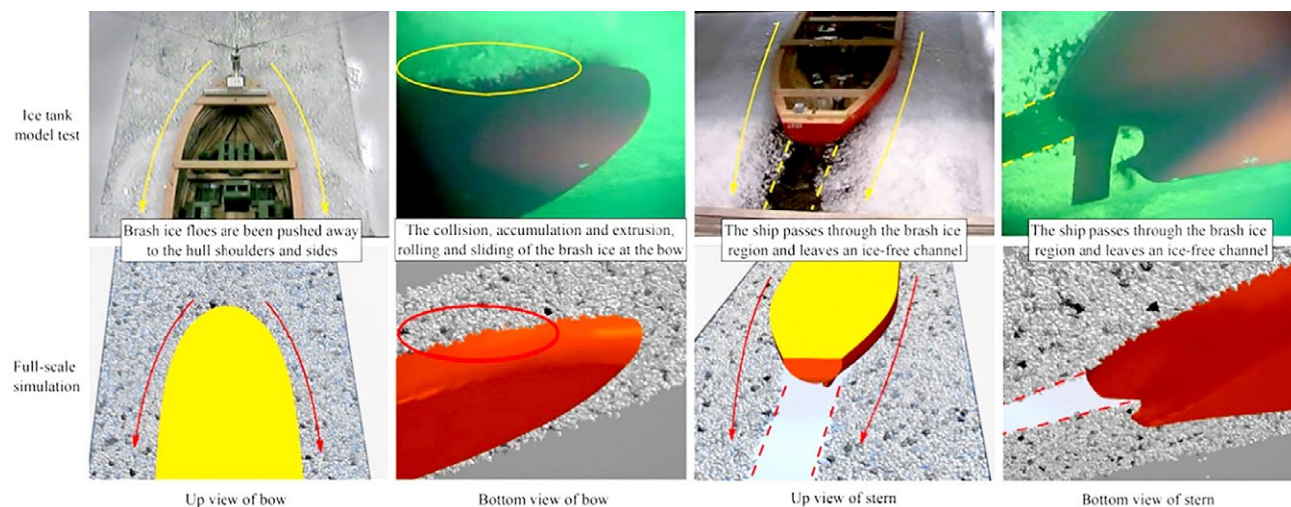


Рис. 6. Сравнение распределения льда при численном моделировании с соответствующим модельным экспериментом [31].
Fig. 6. Comparison of ice distribution in numerical models with the corresponding model experiments [31].

В [35] строится вычислительная модель для имитации движения судна в предварительно проложенном ледоколом ледовом канале. Модель применяет вычислительную гидродинамику для расчета обтекания движущегося судна в сочетании с усовершенствованным методом дискретных элементов для моделирования предварительно разрушенных кусков льда. Эксперименты в масштабе модели также были проведены в ледовом бассейне Aalto Ice

Tank для проверки моделирования, которое показывает, что вычислительная модель может дать разумную оценку сопротивления предварительно разрушенного льда и движения вокруг судна. При валидации была проанализирована зависимость ледового сопротивления от скорости судна. Моделирование позволяет осуществлять подводный мониторинг движения льда, указывая на то, что скорость судна зависит от массы льда, погруженного под него

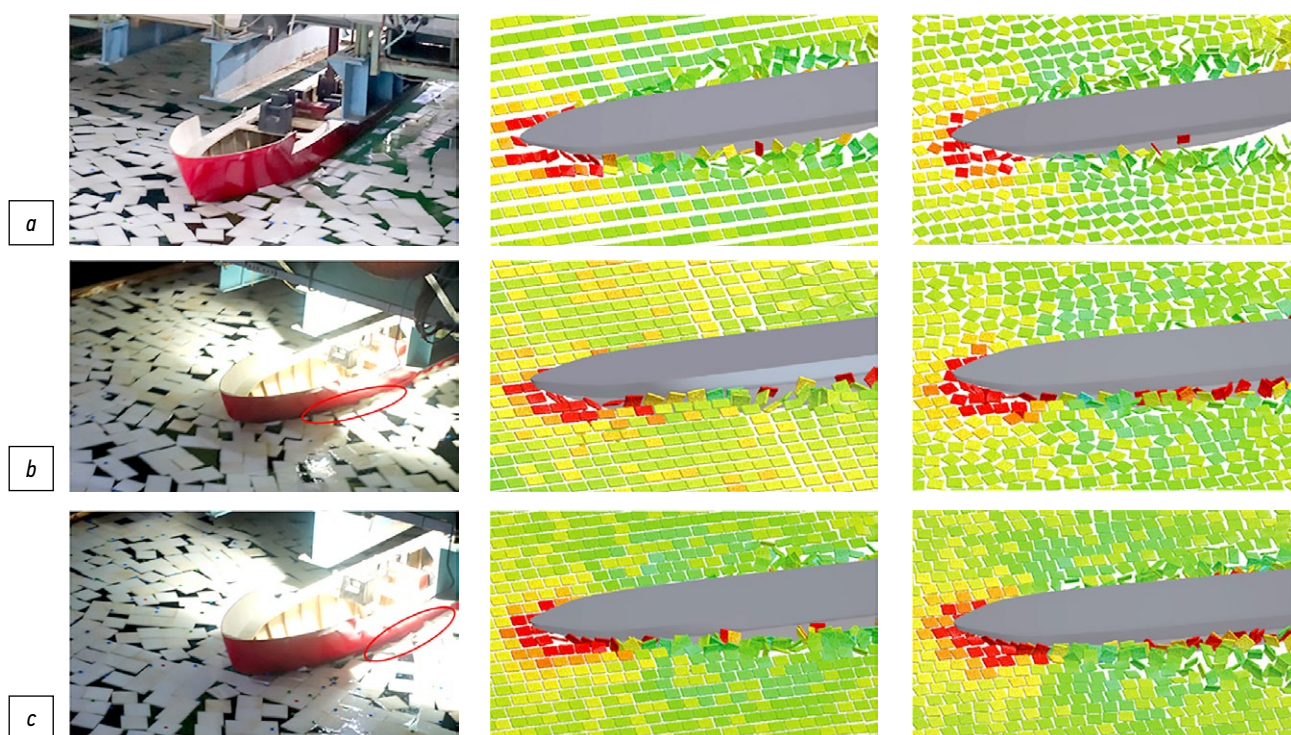


Рис. 7. Взаимодействие модели численного и модельного экспериментов с ледовым полем различной концентрации: в центре – фиксированное распределение, справа — случайное распределение [33]: *a* — 60%, *b* — 70%, *c* — 80%.

Fig. 7. Interaction of the numerical and model experiments with ice fields of different concentrations: fixed distribution (center) and random distribution (right) [33]: *a*, 60%; *b*, 70%, *c*, 80%.

и от вызванного корпусом смещения битого льда. Выявленные зависимости являются более сложными, чем широко используемое предположение о том, что ледовое сопротивление линейно изменяется со скоростью судна во всех случаях, что обеспечивает более глубокое понимание ледового сопротивления.

INTERA Technologies [36, 37] разработана программа маневрирования корабля во льдах, основанная на методе дискретных элементов. Программа основана на программе Лаборатории маневрирования судов (SML) и программе численного моделирования дискретных элементов (DECICE). SML — это внутренний код, разработанный Oceanic Consulting Corporation для моделирования маневрирования судна в открытой воде. В документе представлен краткий обзор использованных математических методов, а также результаты некоторых тематических исследований для судов EXM004, PSM004 и Esso Osaka Tanker. Прогнозы включают поворотный круг и зигзагообразные маневры. Представлены сравнения смоделированных результатов между случаями со льдом и без него.

Помимо численного учета потока при исследовании ледопроеходимости существует и эмпирический, используемый совместно с DEM. Результаты [38] показывают, что ледовое сопротивление мало изменяется при изменении размера льдины, что противоречит выводам [28]. Различные формы льдин рассмотрены в [39], сферические частицы — [40]. Моделирование ледяной крошки с помощью тетраэдрических и неправильных многогранных

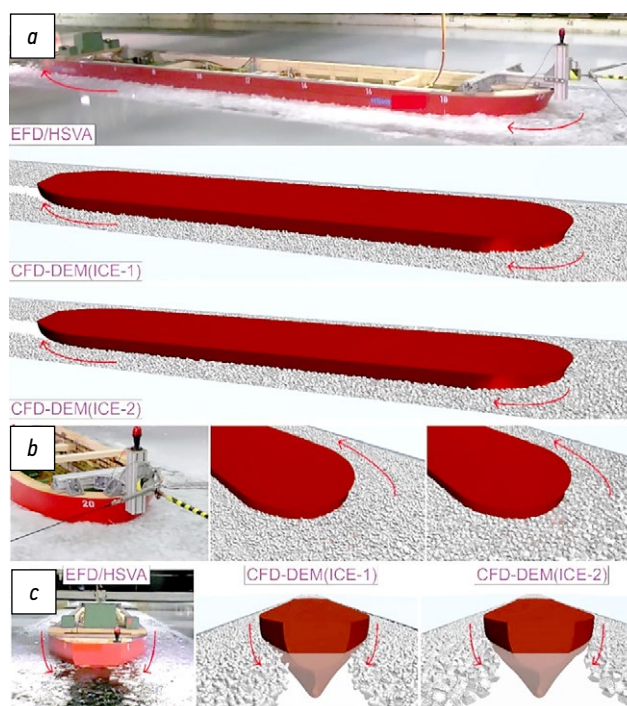


Рис. 8. Сравнение численного и модельного экспериментов [41].

Fig. 8. Comparison of numerical and model experiments [41].

частиц, которые представляют собой составные частицы, состоящие из нескольких основных сферических частиц [41] (рис. 8). По результатам наблюдается соответствие

данных моделирования модельному испытанию по среднему сопротивлению.

МЕТОД КОГЕЗИОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ (СЕМ)

Метод применяется для моделирования процессов разрушения льда в зоне его взаимодействия с корпусом судна, особенно в ситуациях, связанных с растрескиванием и разрушением льда, где возникает сложное напряжённо-деформированное состояние (рис. 9). СЕМ использует когезионные модели, которые определяют зависимость между напряжением и относительным смещением в поверхности контакта. Когда напряжение превышает критическое значение, поверхность контакта постепенно разрушается, имитируя образование и расширение трещин.

Часто при моделировании взаимодействия судна со льдом СЕМ применяется совместно с FEM. Основным принципом заключается в том, что в зоне перед фронтом трещины создается виртуальная когезионная область, описывающая соотношение напряжений и смещений до полного разрушения льда. По мере увеличения напряжения, напряжение в когезионном элементе уменьшается, пока лед не разрушится, имитируя расширение ледяной трещины. Основное ограничение метода — зависимость траектории распространения трещин от дискретизации сетки.

ДРУГИЕ МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Sawamura в [43] предложил собственную модель расчета взаимодействия судна со льдом, которая основана на обнаружении области контакта по кругу с учетом

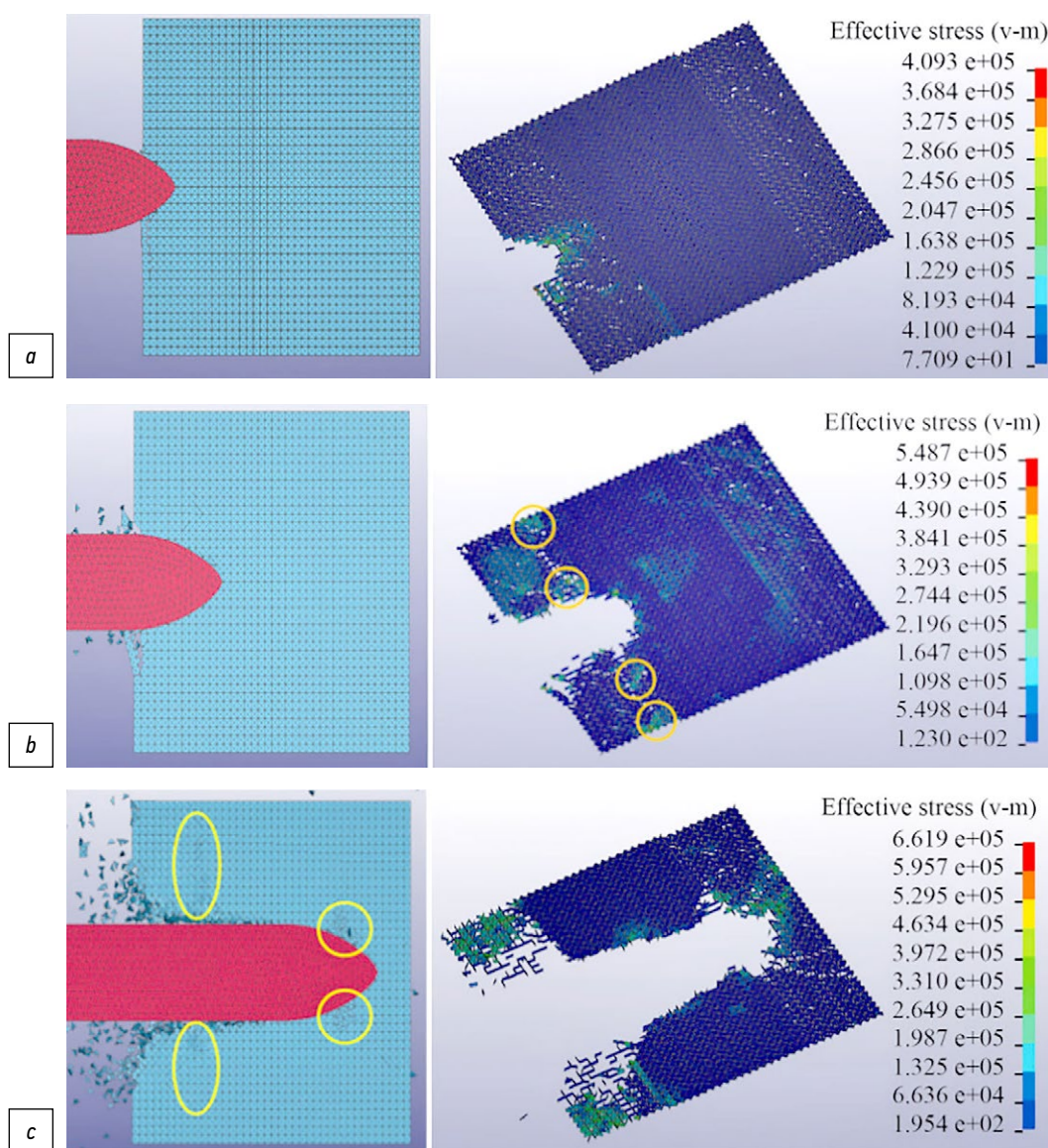


Рис. 9. Моделирование ледостава судна с помощью МКЭ [42].
Fig. 9. Modeling of ship ice formation using FEM [42].

растрескивания и изгиба льда, при этом предполагается постоянное давление раздавливания. Моделирование проводится в двумерной постановке.

В работе [44] использована перидинамическая теория, примененная к трещинам и повреждениям при взаимодействии корабля со льдом. Изучены несколько случаев концентрации льда, размеров ледяных обломков и скорости движения судна. В результате такого подхода можно проследить за динамическим образованием трещин, накоплением битого льда. Возможность применения подобного подхода подтверждается согласованием результатов моделирования и эксперимента по ледовой нагрузке.

Метод гидродинамики сглаженных частиц (SPH) с учетом критерия предела текучести Друкера-Прагера рассмотрен в [45]. Моделируется взаимодействие наклонной конструкции и судна со сплошным льдом. Авторами отмечается надежность и точные результаты данного подхода, показано, что модель SPH может удовлетворительно прогнозировать ледопробиваемость судов. Полученные результаты сравниваются с экспериментальными для модели ледокола Араон в масштабе 1:20. Другой пример SPH метода представлен в [46].

В статье [47] исследуется использование моделирования GPU-Event-Mechanics (GEM) для оценки ледовых нагрузок, действующих на морское сооружение, работающего в условиях пакового льда. Область моделирования включает большое количество дискретных льдин в виде определяемого пользователем ледяного поля. Могут быть реализованы параметры окружающей среды (течение, ветер) для имитации более реалистичных условий. Для анализа ледовых нагрузок моделируются различные ледовые покровы, толщина льда и т.д. Результирующая ледовая нагрузка оценивается качественно и сравнивается с опубликованными натурными исследованиями.

На основе метода когезионных элементов (СЕМ) с помощью метода FEM в [48] создается модель столкновения конуса со льдом, корректность модели проверяется путем сравнения модельных и экспериментальных данных (рисунк 10). В указанной работе производится анализ влияния упрощений при моделировании потока на ледовое сопротивление.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исходя из анализа литературы, посвященной численному моделированию движения судна во льдах и определению сопротивления движению, можно сделать выводы о том, что наиболее часто применяемый метод — метод дискретных частиц. При таком подходе используются различные формы льдин, но наилучшее согласование с модельными экспериментами наблюдаются у частиц сферической формы.

Сложность определения параметров, необходимых для построения модели и калибровки параметров: когезионная прочность, трещиностойкость и прочность льда (изгибная и на смятие). Применимость модели во многих зависит от точности этих параметров. Получение этих параметров опирается на экспериментальные данные, но из-за неоднородности и сложности льда в природных условиях механические свойства различных слоев льда могут значительно отличаться, что затрудняет экспериментальное определение параметров модели и калибровочных кривых, а также требует тонкой настройки зависимости напряжения от деформации для правильного описания процесса разрушения.

В большинстве моделей не учитываются упругие свойства льда, их учет может быть произведен за счет использования слипшихся частиц DEM. Во многих работах рассматривает подход упрощенного учета гидродинамической силы, однако CFD учет потока приводит к лучшему согласованию с экспериментом. В табл. 1 представлены работы, посвященные DEM-CFD методу моделирования, их результаты и программы, в которых был произведен расчет. Исходя из табл. 1 можно отметить, что наиболее часто реализация моделирования движения судна во льдах осуществляется в программах STAR-CCM+, LC-DYNA и ABAQUS. Все программы представляют собой коммерческие среды для решения задач механики жидкости, газа и деформируемого твердого тела, динамики частиц, динамики течений.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Вклад авторов. М.А. Бережная — поиск публикаций по теме статьи, написание текста рукописи; Н.В. Тряскин — поиск публикаций по теме

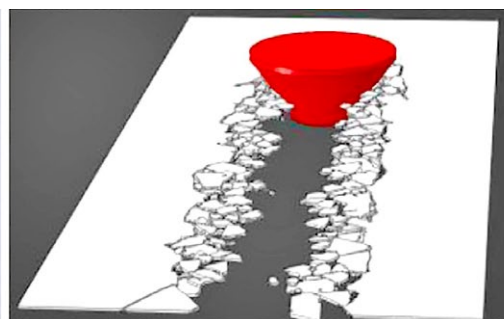


Рис. 10. Сравнение физического и математического экспериментов [48].
Fig. 10. Comparison of physical and mathematical experiments [48].

Таблица 1. Методы численного моделирования движения судна во льдах**Table 1.** Numerical modeling methods of ship movement in ice

Работа	Особенности моделирования	Программа	Результат
[28]	Лед — дискообразные частицы, распределенные случайным образом.	STAR-CCM+	Сопротивление отличается менее чем на 10% от эксперимента с синтетическим льдом.
[29]	Лед — ансамбль частиц, взвешенных на поверхности воды. Потенциальное (движение льда вверх по течению) и вихревое (перенос льда в следе) течение. Внешние силы не моделируются.	Нет информации	Модель не проходит валидацию.
[30]	Лед моделируется многогранниками.	STAR-CCM+	Модель не проходит валидацию.
[9]	Применение формулировки Эйлера-Лагранжа.	ABAQUS	Качественное и количественное согласование с экспериментом.
[20]	Плавающие льдины со случайным распределением размера, толщины и формы. Применение формулировки Эйлера-Лагранжа.	ABAQUS	Как численные, так и экспериментальные результаты хорошо согласовывались с точки зрения средней ледовой нагрузки, за исключением низких скоростей при сплошности 80%.
[31]	Рассмотрены различные формы льдин (тетраэдральная, неправильная многогранная, семигранная, кубовидная, блин). Три модели контакта со льдом (Hertz-Mindlin, Linear Spring, Walton Braun)	STAR-CCM+	Максимальная погрешность общего сопротивления находится в пределах 5,5%.
[32]	Лед моделируется как упругий, форма — многогранники.	LC-DYNA	Процентное отклонение математического эксперимента от физического не превышает 15%.
[33]	Оценка случайного и фиксированного распределения льда. Модель контакта со льдом — Hertz-Mindlin.	Нет информации	У случайного распределения точность выше.
[34]	Изучено сопротивление судна, идущего по полям битого льда в масштабе модели с учетом силы трения битого льда, а также сопротивления вод и гидродинамической силы битого льда.	STAR-CCM+	Ошибка между результатами численного моделирования и результатами испытаний составляет менее 5%.
[35]	Имитация движения льда в предварительно выпиленном канале.	STAR-CCM+	Вычислительная модель может дать разумную оценку сопротивления предварительно распиленного льда и движения вокруг корабля.
[24]	Одностороннее сопряжение метода вычислительной гидродинамики и дискретных элементов. Модель контакта со льдом — Hertz-Mindlin.	STAR-CCM+	Наблюдается процесс распространения радиальных и кольцевых ледяных трещин.

статьи, редактирование текста рукописи; С. Юй — поиск публикаций по теме статьи, систематизация результатов исследования; Б. Чжао — поиск публикаций по теме статьи, создание изображений. Все авторы одобрили рукопись (версию для публикации), а также согласились нести ответственность за все аспекты работы, гарантируя надлежащее рассмотрение и решение вопросов, связанных с точностью и добросовестностью любой её части.

Источники финансирования. Авторы заявляют об отсутствии внешнего финансирования при проведении исследования.

Конфликт интересов. Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Генеративный искусственный интеллект. При создании настоящей статьи технологии генеративного искусственного интеллекта не использовались.

Рассмотрение и рецензирование. Настоящая работа подана в журнал в инициативном порядке и рассмотрена по обычной процедуре. В рецензировании участвовали один рецензент, член редакционной коллегии и научный редактор издания.

ADDITIONAL INFORMATION

Author contributions: Mariya A. Berezhnaya: investigation, writing—original draft; N.V. Tryaskin: investigation, writing—review & editing; S. Yu: investigation, formal analysis; B. Zhao: investigation, visualization. All the authors approved the version of the manuscript to be published and agree to be accountable for all aspects of the work, ensuring that issues related to the accuracy or integrity of any part of the work are appropriately investigated and resolved.

Funding sources: The authors declare no external funding was received for conducting the study.

Disclosure of interests: The authors have no relationships, activities, or interests for the last three years related to for-profit or not-for-profit third parties whose interests may be affected by the content of the article.

Generative AI: No generative artificial intelligence technologies were used to prepare this article.

Provenance and peer review: This paper was submitted unsolicited and reviewed following the standard procedure. The peer review process involved one reviewer, a member of the editorial board, and the in-house scientific editor.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Islam M., Mills J., Gash R., Pearson W. A literature survey of broken ice-structure interaction modelling methods for ships and offshore platforms // *Ocean Engineering*. 2021. Vol. 221. doi: 10.1016/j.oceaneng.2020.108527 EDN: YEYYSK
2. Chernov A.V. Measuring total ship bending with a help of tensometry during the full-scale in situ ice impact study of ice-breaker 'kapitan nikolaev'. In: *Proceedings of the 20th International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions*, Lulea, Sweden, 9-12 June 2009. Lulea, 2009. POAC09-027. EDN: UELLKN
3. Kujala P., Arughadhoss S. Statistical analysis of ice crushing pressures on a ship's hull during hull-ice interaction // *Cold Reg. Sci. Technol.* 2012. Vol. 70. P. 1–11. doi: 10.1016/j.coldregions.2011.09.009
4. Islam M., Sayeed T., Wang J., Millan J. On the Effect of Managed Ice Field Parameters on Global Surge Force of a DP Vessel. In: *Proceedings of the Twenty-seventh (2017) International Ocean and Polar Engineering Conference*. San Francisco, CA, USA, June 25–30, 2017. San Francisco, 2017.
5. Heinonen T.J., Immonen V.E. Full-scale Measurements and Observations of Icebreaking Notch Towing Operations. In: *Proceedings of the Twenty-seventh (2017) International Ocean and Polar Engineering Conference*. San Francisco, CA, USA, June 25–30, 2017.
6. Myland D., Reimer N., Hinse P. Model Tests for Development of an Ice Route Optimization Tool. In: *Proceedings of the Twenty-third (2013) International Offshore and Polar Engineering*. Anchorage, Alaska, USA, June 30–July 5, 2013. Anchorage, 2013.
7. Huang Y., Huang S.Y., Sun J.Q. Experiments on navigating resistance of an icebreaker in snow covered level ice // *Cold Reg. Sci. Technol.* 2018. Vol. 152. P. 1–14. doi: 10.1016/j.coldregions.2018.04.007
8. Huang Y., Li W., Wang Y., Wu B. Experiments on the resistance of a large transport vessel navigating in the arctic region in pack ice conditions // *J. Mar. Sci. Appl.* 2016. Vol. 15. P. 269–274. doi: 10.1007/s11804-016-1362-x EDN: XUMTFP
9. Kim M.C., Lee S.K., Lee W.J. Numerical and experimental investigation of the resistance performance of an icebreaking cargo vessel in pack ice conditions // *Int. J. Nav. Archit. Ocean Eng.* 2014. Vol. 5. P. 116–131. doi: 10.2478/IJNAOE-2013-0121
10. Birajdar P.R., Taylor R.S., Hossain R.B. Analysis of the Effect of Structural Compliance during Medium-Scale Laboratory Tests on Ice Crushing Dynamics. In: *Proceedings of the Twenty-seventh (2017) International Ocean and Polar Engineering Conference* San Francisco, CA, USA, June 25–30, 2017. San Francisco, 2017. doi: 10.4043/27482-MS
11. Pogorelova A.V., Zemlyak V.L., Kozin V.M. Moving of a submarine under an ice cover in fluid of finite depth // *J. Hydrodyn.* 2019. Vol. 31. P. 562–569. doi: 10.1007/s42241-018-0143-1 EDN: KBETGT
12. Li Z.F., Wu G.X., Ren K. Wave diraction by multiple arbitrary shaped cracks in an infinitely extended ice sheet of finite water depth // *J. Fluid Mech.* 2020. Vol. 893. doi: 10.1017/jfm.2020.238 EDN: SQXVJC
13. Sturova I.V. Radiation of waves by a cylinder submerged in water with ice floe or polynya // *J. Fluid Mech.* 2015. Vol. 784. P. 373–395. doi: 10.1017/jfm.2015.582 EDN: WRDELRL
14. Derradji-Aouat A., Sinha N.K., Evgin E. Mathematical modelling of monotonic and cyclic behaviour of fresh water columnar grained S-2 ice // *Cold regions science and technology*. 2000. Vol. 31, N. 1. P. 59–81. doi: 10.1016/S0165-232X(00)00005-7
15. Afrizal E., Koto J., Wahid M.A. Effect of Bulbous Bow on Ice Resistance of Ice Ship // *Journal of Ocean, Mechanical and Aerospace-science and engineering*. 2018. Vol. 60, N. 1. P. 7–17. doi: 10.36842/jomase.v60i1.74
16. Koto J., Afrizal E., Wahid M.A. Buckling and Deflection of Ice Sheet Caused by Ship // *Journal of Ocean, Mechanical and Aerospace-science and engineering*. 2019. Vol. 62, N. 1. P. 5–11. doi: 10.36842/jomase.v62i1.104
17. Chen Z., He Y., Gu Y., et al. A novel method for numerical simulation of the interaction between level ice and marine structures // *Journal of Marine Science and Technology*. 2021. P. 1–14. doi: 10.1007/s00773-021-00799-w EDN: QEHVRR
18. Kim M.C., Lee W.-J., Shin Y.J. Comparative study on the resistance performance of an icebreaking cargo vessel according to the variation of waterline angles in pack ice conditions // *Int. J. Nav. Archit. Ocean Eng.* 2014. Vol. 6. P. 876–893. doi: 10.2478/IJNAOE-2013-0219
19. Chen R., Li H., Feng Ya., Wang X. Study on the structural response of ship shoulder in narrow ice channel using SPH-FEM. In: *Proceedings of the Thirty-second International Ocean and Polar Engineering Conference*. Shanghai, China, June 5–10, 2022. Shanghai, 2022. P. 1380–1385.
20. Kim J.H., Kim Y., Kim H.S., Jeong S.Y. Numerical simulation of ice impacts on ship hulls in broken ice fields // *Ocean Engineering*. 2019. Vol. 180. P. 162–174. doi: 10.1016/j.oceaneng.2019.03.043 EDN: JEMIPV
21. Cundall P.A., Strack O.D. A discrete numerical model for granular assemblies // *Geotechnique*. 1979. Vol. 29, N. 1. P. 47–65. doi: 10.1680/geot.1979.29.1.47
22. Cundall P.A. A computer model for simulating progressive, large-scale movement in blocky rock system. In: *Proceedings of the International Symposium on Rock Mechanics*. Nancy, 1971. Vol. 2. P. 129–136.
23. Zhong W., Yu A., Liu X., et al. DEM/CFD-DEM modelling of non-spherical particulate systems: theoretical developments and applications // *Powder technology*. 2016. Vol. 302. P. 108–152. doi: 10.1016/j.powtec.2016.07.010 EDN: WTBTDP
24. Ni B.-Yu., Chen Z.-W., Zhong K., et al. Numerical Simulation of a Polar Ship Moving in Level Ice Based on a One-Way Coupling Method // *Journal of Marine Science and Engineering*. 2020. Vol. 8. doi: 10.3390/jmse8090692 EDN: QPGKSG
25. Jou O., A Celigueta M.A., Latorre S., et al. bonded discrete element method for modeling ship-ice interactions in broken and unbroken sea ice fields // *Comput. Part. Mech.* 2019. Vol. 6. P. 739–765. doi: 10.1007/s40571-019-00259-8 EDN: HWAUNJ
26. Liu L., Ji S. Bond and fracture model in dilated polyhedral DEM and its application to simulate breakage of brittle materials // *Granul. Matter*. 2019. N. 21. doi: 10.1007/s10035-019-0896-4 EDN: XIOFFF
27. Yang B., Sun Z., Zhang G., et al. Numerical estimation of ship resistance in broken ice and investigation on the effect of floe geometry // *Mar. Struct.* 2021. Vol. 75. doi: 10.1016/j.marstruc.2020.102867 EDN: JOYJEN
28. Huang L., Tuhkuri J., Igrec B., et al. Ship resistance when operating in floating ice floes: A combined CFD&DEM approach // *Mar. Struct.* 2020. Vol. 74. doi: 10.1016/j.marstruc.2020.102817 EDN: HAOXNO
29. Tsarau A., Loset S. Modelling the hydrodynamic effects associated with station-keeping in broken ice // *Cold Regions Science and Technology*. 2015. Vol. 118. P. 76–90. doi: 10.1016/j.coldregions.2015.06.019
30. Mucha P. Fully-coupled CFD-DEM for simulations of ships advancing through brash ice. In: *Proceedings of the SNAME Maritime Convention*, Tacoma, DC, USA, 30 October–1 November 2019. Tacoma, 2019. Vol. 1. EDN: AMGNVE
31. Zhang J., Zhang Y., Shang Y., et al. CFD-DEM based full-scale ship-ice interaction research under FSICR ice condition in restricted brash ice channel // *Cold Regions Science and Technology*. 2022. Vol. 194. doi: 10.1016/j.coldregions.2021.103454 EDN: MCMYMQ
32. Wang C., Hu X., Tian T., et al. Numerical simulation of ice loads on a ship in broken ice fields using an elastic ice model // *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*. 2020. Vol. 12. P. 414–427. doi: 10.1016/j.ijnaoe.2020.03.001 EDN: SRPWYG
33. Guo W., Zhao Q., Tian Y., Zhang W. Research on total resistance of ice-going ship for different floe ice distributions based on virtual mass method // *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*. 2020. Vol. 12. P. 957–966. doi: 10.1016/j.ijnaoe.2020.11.006 EDN: JILOTJ
34. Xie C., Zhou L., Wu T., et al. Resistance Performance of a Ship in Model-Scaled Brash Ice Fields Using CFD and DEM Coupling Model // *Front. Energy Res.* 2022. Vol. 10. doi: 10.3389/fenrg.2022.895948 EDN: VJJUFB
35. Huang L., Li F., Li M., et al. An investigation on the speed dependence of ice resistance using an advanced CFD+DEM approach based on pre-sawn ice tests // *Ocean Engineering*. 2022. Vol. 264. doi: 10.1016/j.oceaneng.2022.112530 EDN: ZSGMCF
36. Zhan D., Agar D., He M., et al. Molyneux. Numerical simulation of ship maneuvering in pack ice. In: *Proceedings of the ASME 2010 29th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*. OMAE2010. June 6–11, 2010, Shanghai, China. Shanghai, 2010. doi: 10.1115/OMAE2010-21109
37. Zhan D., Molyneux D. 3-dimensional numerical simulation of ship motion in pack ice. In: *Proceedings of the asme 2012 31st International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*. OMAE2012. July 1–6, 2012, Rio de Janeiro, Brazil. Rio de Janeiro, 2012. doi: 10.1115/OMAE2012-83105

38. Ji S., Li Z., Li C., Shang J. Discrete element modeling of ice loads on ship and offshore structures // *Acta Oceanol.* 2013. Vol. 188. doi: 10.1007/978-981-10-1926-5_6
39. Konno A. Resistance evaluation of ship navigation in brash ice channels with physically based modeling. In: *Proceedings of the International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions, Lulea, Sweden, 9-12 June 2009.* Lulea, 2009. Vol. 2. P. 855–863.
40. Prasanna M., Hissette Q. Discrete Element Simulation of Ships Navigating Through Brash Ice Channels. In: *Proceedings of the OTC Arctic Technology Conference, Houston, TX, USA, 5-7 November 2018.* Houston, 2018. doi: 10.4043/29163-MS
41. Luo W., Jiang D., Wu T., et al. Numerical simulation of an ice-strengthened bulk carrier in brash ice channel // *Ocean Eng.* 2020. Vol. 196. doi: 10.1016/j.oceaneng.2019.106830 EDN: GIFSWD
42. Ni B., Wang Y., Xu Y., Chen W. Numerical Simulation of Ship Collision with Rafted Ice Based on Cohesive Element Method // *Journal of Marine Science and Application.* 2024. Vol. 23, N. 1. P. 127–136. doi: 10.1007/s11804-024-00418-1
43. Sawamura J. 2D numerical modeling of icebreaker advancing in ice-covered water // *Int. J. Nav. Archit. Ocean Eng.* 2018. Vol. 10. P. 385–392. doi: 10.1016/j.ijnaoe.2018.02.005
44. Liu R.W., Xue Y.Z., Lu X.K., Cheng W.X. Simulation of ship navigation in ice rubble based on peridynamics // *Ocean Eng.* 2018. Vol. 148. P. 286–298. doi: 10.1016/j.oceaneng.2017.11.034
45. Zhang N., Yan S., Zheng X., Ma Q. Numerical study on the dynamic interaction between ice and a vertical compliant structure by Smoothed Particle Hydrodynamics. In: *Proceedings of the Thirty-first (2021) International Ocean and Polar Engineering Conference.* Rhodes, Greece, June 20–25, 2021. Rhodes, 2021. EDN: GDGDHX
46. Zhang N., Zheng X., Ma Q., Hu Z. A numerical study on ice failure process and ice-ship interactions by Smoothed Particle Hydrodynamics // *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering.* 2019. Vol. 11. doi: 10.1016/j.ijnaoe.2019.02.008
47. Kim H., Daley C. Evaluation of Ice Loads on Offshore Structure Using GPU-Event-Mechanics. In: *Proceedings of the Twenty-ninth (2019) International Ocean and Polar Engineering Conference.* Honolulu, Hawaii, USA, June 16–21, 2019. Honolulu, 2019.
48. Truong D.D., Jang B.-S. Numerical Simulation of Failure of Sea Level-ice based on the Damage-based Erosion Model. In: *Proceedings of the Thirty-first (2021) International Ocean and Polar Engineering Conference.* Rhodes, Greece, June 20 – 25, 2021. Rhodes, 2021.

REFERENCES

1. Islam M, Mills J, Gash R, Pearson W. A literature survey of broken ice-structure interaction modelling methods for ships and offshore platforms. *Ocean Engineering.* 2021;221. doi: 10.1016/j.oceaneng.2020.108527 EDN: YEYYSK
2. Chernov AV. Measuring total ship bending with a help of tensometry during the full-scale in situ ice impact study of ice-breaker 'kapitan nikolaev'. In: *Proceedings of the 20th International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions, Lulea, Sweden, 9-12 June 2009.* Lulea; 2009:POAC09-027. EDN: UELLKN
3. Kujala P, Arughadhoss S. Statistical analysis of ice crushing pressures on a ship's hull during hull-ice interaction. *Cold Reg. Sci. Technol.* 2012;70:1–11. doi: 10.1016/j.coldregions.2011.09.009
4. Islam M, Sayeed T, Wang J, Millan J. On the Effect of Managed Ice Field Parameters on Global Surge Force of a DP Vessel. In: *Proceedings of the Twenty-seventh (2017) International Ocean and Polar Engineering Conference.* San Francisco, CA, USA, June 25–30, 2017. San Francisco; 2017.
5. Heinoen TJ, Immonen VE. Full-scale Measurements and Observations of Icebreaking Notch Towing Operations. In: *Proceedings of the Twenty-seventh (2017) International Ocean and Polar Engineering Conference.* San Francisco, CA, USA, June 25–30, 2017. San Francisco; 2017.
6. Myland D, Reimer N, Hinse P. Model Tests for Development of an Ice Route Optimization Tool. In: *Proceedings of the Twenty-third (2013) International Offshore and Polar Engineering Conference.* Anchorage, Alaska, USA, June 30–July 5, 2013. Anchorage; 2013.
7. Huang Y, Huang SY, Sun JQ. Experiments on navigating resistance of an icebreaker in snow covered level ice. *Cold Reg. Sci. Technol.* 2018;152:1–14. doi: 10.1016/j.coldregions.2018.04.007
8. Huang Y, Li W, Wang Y, Wu B. Experiments on the resistance of a large transport vessel navigating in the arctic region in pack ice conditions. *J. Mar. Sci. Appl.* 2016;15:269–274. doi: 10.1007/s11804-016-1362-x EDN: XUMTFP
9. Kim MC, Lee SK, Lee WJ. Numerical and experimental investigation of the resistance performance of an icebreaking cargo vessel in pack ice conditions. *Int. J. Nav. Archit. Ocean Eng.* 2014;5:116–131. doi: 10.2478/IJNAOE-2013-0121
10. Birajdar PR, Taylor RS, Hossain RB. Analysis of the Effect of Structural Compliance during Medium-Scale Laboratory Tests on Ice Crushing Dynamics. In: *Proceedings of the Twenty-seventh (2017) International Ocean and Polar Engineering Conference San Francisco, CA, USA, June 25-30, 2017.* San Francisco; 2017. doi: 10.4043/27482-MS
11. Pogorelova AV, Zemlyak VL, Kozin VM. Moving of a submarine under an ice cover in fluid of finite depth. *J. Hydrodyn.* 2019;31:562–569. doi: 10.1007/s42241-018-0143-1 EDN: KBETGT
12. Li ZF, Wu GX, Ren K. Wave direction by multiple arbitrary shaped cracks in an infinitely extended ice sheet of finite water depth. *J. Fluid Mech.* 2020;893. doi: 10.1017/jfm.2020.238 EDN: SQXVJC
13. Sturova IV. Radiation of waves by a cylinder submerged in water with ice floe or polynya. *J. Fluid Mech.* 2015;784:373–395. doi: 10.1017/jfm.2015.582 EDN: WRDELRL
14. Derradji-Aouat A, Sinha NK, Evgin E. Mathematical modelling of monotonic and cyclic behaviour of fresh water columnar grained S-2 ice. *Cold regions science and technology.* 2000;31(1):59–81. doi: 10.1016/S0165-232X(00)00005-7
15. Afrizal E, Koto J, Wahid MA. Effect of Bulbous Bow on Ice Resistance of Ice Ship. *Journal of Ocean, Mechanical and Aerospace-science and engineering.* 2018;60(1):7–17. doi: 10.36842/jomase.v60i1.74
16. Koto J, Afrizal E, Wahid MA. Buckling and Deflection of Ice Sheet Caused by Ship. *Journal of Ocean, Mechanical and Aerospace-science and engineering.* 2019;62(1):5–11. doi: 10.36842/jomase.v62i1.104
17. Chen Z, He Y, Gu Y, et al. A novel method for numerical simulation of the interaction between level ice and marine structures. *Journal of Marine Science and Technology.* 2021;1–14. doi: 10.1007/s00773-021-00799-w EDN: QEHVRR
18. Kim MC, Lee W-J, Shin YJ. Comparative study on the resistance performance of an icebreaking cargo vessel according to the variation of waterline angles in pack ice conditions. *Int. J. Nav. Archit. Ocean Eng.* 2014;6:876–893. doi: 10.2478/IJNAOE-2013-0219
19. Chen R, Li H, Feng Ya, Wang X. Study on the structural response of ship shoulder in narrow ice channel using SPH-FEM. In: *Proceedings of the Thirty-second International Ocean and Polar Engineering Conference.* Shanghai, China, June 5–10, 2022. Shanghai; 2022:1380–1385.
20. Kim JH, Kim Y, Kim HS, Jeong SY. Numerical simulation of ice impacts on ship hulls in broken ice fields. *Ocean Engineering.* 2019;180:162–174. doi: 10.1016/j.oceaneng.2019.03.043 EDN: JEMIPV
21. Cundall PA, Strack OD. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique.* 1979;29(1):47–65. doi: 10.1680/geot.1979.29.1.47
22. Cundall PA. A computer model for simulating progressive, large-scale movement in blocky rock system. In: *Proceedings of the International Symposium on Rock Mechanics.* Nancy; 1971;2:129–136.
23. Zhong W, Yu A, Liu X, et al. DEM/CFD-DEM modelling of non-spherical particulate systems: theoretical developments and applications. *Powder technology.* 2016;302:108–152. doi: 10.1016/j.powtec.2016.07.010 EDN: WTBTDTP
24. Ni B-Yu, Chen Z-W, Zhong K, et al. Numerical Simulation of a Polar Ship Moving in Level Ice Based on a One-Way Coupling Method. *Journal of Marine Science and Engineering.* 2020;8. doi: 10.3390/jmse8090692 EDN: QPGKSG
25. Jou O, A Celigueta MA, Latorre S, et al. bonded discrete element method for modeling ship-ice interactions in broken and unbroken sea ice fields. *Comput. Part. Mech.* 2019;6:739–765. doi: 10.1007/s40571-019-00259-8 EDN: HWAUNJ
26. Liu L, Ji S. Bond and fracture model in dilated polyhedral DEM and its application to simulate breakage of brittle materials. *Granul. Matter.* 2019;21. doi: 10.1007/s10035-019-0896-4 EDN: XIOFFF

27. Yang B, Sun Z, Zhang G, et al. Numerical estimation of ship resistance in broken ice and investigation on the effect of floe geometry. *Mar. Struct.* 2021;75. doi: 10.1016/j.marstruc.2020.102867 EDN: JOYJEN
28. Huang L, Tuhkuri J, Igrac B, et al. Ship resistance when operating in floating ice floes: A combined CFD&DEM approach. *Mar. Struct.* 2020;74. doi: 10.1016/j.marstruc.2020.102817 EDN: HAOXNO
29. Tsarau A, Loset S. Modelling the hydrodynamic effects associated with station-keeping in broken ice. *Cold Regions Science and Technology.* 2015;118:76–90. doi: 10.1016/j.coldregions.2015.06.019
30. Mucha P. Fully-coupled CFD-DEM for simulations of ships advancing through brash ice. In: *Proceedings of the SNAME Maritime Convention, Tacoma, DC, USA, 30 October–1 November 2019.* Tacoma; 2019;1. EDN: AMGNVE
31. Zhang J, Zhang Y, Shang Y, et al. CFD-DEM based full-scale ship-ice interaction research under FSICR ice condition in restricted brash ice channel. *Cold Regions Science and Technology.* 2022;194. doi: 10.1016/j.coldregions.2021.103454 EDN: MCMYNQ
32. Wang C, Hu X, Tian T, et al. Numerical simulation of ice loads on a ship in broken ice fields using an elastic ice model. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering.* 2020;12:414–427. doi: 10.1016/j.ijnaoe.2020.03.001 EDN: SRPWYG
33. Guo W, Zhao Q, Tian Y, Zhang W. Research on total resistance of ice-going ship for different floe ice distributions based on virtual mass method. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering.* 2020;12:957–966. doi: 10.1016/j.ijnaoe.2020.11.006 EDN: JILOTJ
34. Xie C, Zhou L, Wu T, et al. Resistance Performance of a Ship in Model-Scaled Brash Ice Fields Using CFD and DEM Coupling Model. *Front. Energy Res.* 2022;10. doi: 10.3389/fenrg.2022.895948 EDN: VJJUFB
35. Huang L, Li F, Li M, et al. An investigation on the speed dependence of ice resistance using an advanced CFD+DEM approach based on pre-sawn ice tests. *Ocean Engineering.* 2022;264. doi: 10.1016/j.oceaneng.2022.112530 EDN: ZSGMCF
36. Zhan D, Agar H, De M, et al. Molyneux. Numerical simulation of ship maneuvering in pack ice. In: *Proceedings of the ASME 2010 29th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. OMAE2010. June 6–11, 2010, Shanghai, China.* Shanghai; 2010. doi: 10.1115/OMAE2010-21109
37. Zhan D, Molyneux D. 3-dimensional numerical simulation of ship motion in pack ice. In: *Proceedings of the ASME 2012 31st International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. OMAE2012. July 1–6, 2012, Rio de Janeiro, Brazil.* Rio de Janeiro; 2012. doi: 10.1115/OMAE2012-83105
38. Ji S, Li Z, Li C, Shang J. Discrete element modeling of ice loads on ship and offshore structures. *Acta Oceanol.* 2013;188. doi: 10.1007/978-981-10-1926-5_6
39. Konno A. Resistance evaluation of ship navigation in brash ice channels with physically based modeling. In: *Proceedings of the International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions, Lulea, Sweden, 9–12 June 2009.* Lulea; 2009;2:855–863.
40. Prasanna M, Hissette Q. Discrete Element Simulation of Ships Navigating Through Brash Ice Channels. In: *Proceedings of the OTC Arctic Technology Conference, Houston, TX, USA, 5–7 November 2018.* Houston; 2018. doi: 10.4043/29163-MS
41. Luo W, Jiang D, Wu T, et al. Numerical simulation of an ice-strengthened bulk carrier in brash ice channel. *Ocean Eng.* 2020;196. doi: 10.1016/j.oceaneng.2019.106830 EDN: GIFSWD
42. Ni B, Wang Y, Xu Y, Chen W. Numerical Simulation of Ship Collision with Rafted Ice Based on Cohesive Element Method. *Journal of Marine Science and Application.* 2024;23(1):127–136. doi: 10.1007/s11804-024-00418-1
43. Sawamura J. 2D numerical modeling of icebreaker advancing in ice-covered water. *Int. J. Nav. Archit. Ocean Eng.* 2018;10:385–392. doi: 10.1016/j.ijnaoe.2018.02.005
44. Liu RW, Xue YZ, Lu XK, Cheng WX. Simulation of ship navigation in ice rubble based on peridynamics. *Ocean Eng.* 2018;148:286–298. doi: 10.1016/j.oceaneng.2017.11.034
45. Zhang N, Yan S, Zheng X, Ma Q. Numerical study on the dynamic interaction between ice and a vertical compliant structure by Smoothed Particle Hydrodynamics. In: *Proceedings of the Thirty-first (2021) International Ocean and Polar Engineering Conference. Rhodes, Greece, June 20–25, 2021.* Rhodes; 2021. EDN: GGDGXH
46. Zhang N, Zheng X, Ma Q, Hu Z. A numerical study on ice failure process and ice-ship interactions by Smoothed Particle Hydrodynamics. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering.* 2019;11. doi: 10.1016/j.ijnaoe.2019.02.008
47. Kim H, Daley C. Evaluation of Ice Loads on Offshore Structure Using GPU-Event-Mechanics. In: *Proceedings of the Twenty-ninth (2019) International Ocean and Polar Engineering Conference. Honolulu, Hawaii, USA, June 16–21, 2019.* Honolulu, 2019.
48. Truong DD, Jang B-S. Numerical Simulation of Failure of Sea Level-ice based on the Damage-based Erosion Model. In: *Proceedings of the Thirty-first (2021) International Ocean and Polar Engineering Conference. Rhodes, Greece, June 20–25, 2021.* Rhodes; 2021.

ОБ АВТОРАХ

Бережная Мария Алексеевна,

инженер, Санкт-Петербургский государственный морской технический университет;
eLibrary SPIN: 6548-5772; e-mail: berezhnaya@smtu.ru

* Тряскин Никита Владимирович,

канд. техн. наук, доцент, декан, Санкт-Петербургский государственный морской технический университет;
адрес: Россия, 190121, Санкт-Петербург, ул. Лоцманская, д. 3;
eLibrary SPIN: 9857-5588; e-mail: nikita.tryaskin@smtu.ru

Юй Синьянь,

канд. техн. наук, доцент, Санкт-Петербургский государственный морской технический университет;
eLibrary SPIN: 7577-5600; e-mail: yuxinyanvic@yandex.ru

Чжао Бовэн,

аспирант, Санкт-Петербургский государственный морской технический университет;
e-mail: zhbwmail@163.com

AUTHORS' INFO

Mariya A. Berezhnaya,

engineer, Saint Petersburg State Marine Technical University;
eLibrary SPIN: 6548-5772; e-mail: berezhnaya@smtu.ru

* Nikita V. Tryaskin,

Cand. Sci. (Engineering), Associated professor, Dean, Saint Petersburg State Marine Technical University;
address: 3 Lotsmanskaya st, Saint Petersburg, Russia, 190121;
eLibrary SPIN: 9857-5588; e-mail: nikita.tryaskin@smtu.ru

Yu Xinyan,

Cand. Sci. (Engineering), Associated professor, Saint Petersburg State Marine Technical University;
eLibrary SPIN: 7577-5600; e-mail: yuxinyanvic@yandex.ru

Zhao Bowen,

Postgraduate Student, Saint Petersburg State Marine Technical University;
e-mail: zhbwmail@163.com

* Автор, ответственный за переписку / Corresponding author